

TANTERV

MATEMATIKA

Nyelvi előkészítő és 9-12. évfolyam

BUDAKESZI NAGY SÁNDOR JÓZSEF GIMNÁZIUM

Bevezetés

Jelen tanterv a 2020-as NAT-ban leírt célok és fejlesztési követelmények, valamint a kétszintű érettségi követelményei alapján készült, és mind tartalmában, mind fejlesztési feladataiban és követelményeiben támaszkodik a *Kormány a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról kiadott 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete* alapján, átdolgozott matematika Kerettantervre. A tananyag témakörökre történő felosztásánál az érettségi követelmények felosztását követtük, így az öt témakör: **Gondolkodási módszerek; Számтан, Algebra; Függvények, Sorozatok; Geometria; Valószínűségszámítás, Statisztika.**

Az alábbi táblázat az egyes témakörökre felhasználható óraszámokat tartalmazza.

	9.NY*	9. évfolyam	10. évfolyam	11. évfolyam	12. évfolyam
GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK	15	10	20	10	6
SZÁMTAN, ALGEBRA	39	40	30	38	0
FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK	12	14	4	0	20
GEOMETRIA	27	35	33	34	20
VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA	12	5	17	22	6
ÉV VÉGI ISMÉTLÉS	3	4	4	4	35
ÖSSZESEN	108	108	108	108	87

*nyelvi előkészítő évfolyam

Alapelvek, célok, kompetenciák

A matematikatanítás célja, feladata a tanulók önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. Mindezt az a folyamat biztosítja, amelynek során fokozatosan kiépítjük a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása), és a tanultakat változatos területeken alkalmazzuk. A problémák felvetése tegye indokolttá a tanulók számára a pontos fogalomalkotást. Ezek a folyamatok váljanak a tanulók belső, felfedező tanulási tevékenységének részévé.

Mindez fejleszti a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. A célszerű, új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, a problémahelyzetek önálló, megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását.

A matematikai nevelés sokoldalú eszközökkel fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, kialakítja a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét, megmutatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, szakközépiskolákban a választott szakma ismeret- anyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. A lehetőségekhez igazodva támogatja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor, internet kínálta lehetőségek, stb.) célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat.

Fontos, hogy a tanulók képessé váljanak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. Ebben a törekvésben fontos terület a matematika alkalmazásának, eszköz jellegének sokoldalú bemutatása, és a tanításban való érvényesítése.

Az általános iskolai tanításhoz képest egyre inkább hangsúlyt kap a tárgy deduktív jellege, de továbbra sem nélkülözhető a szemléletre és tevékenységre épülő feldolgozás sem.

A tanulók váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére.

Fejlesztési feladatok, követelmények

Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása. A matematikai szemlélet fejlesztése

A középiskolai tanulmányok során a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmak megerősítésére, bizonyos fogalmak definiálására, általánosítására kerül sor. A különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejleszti a tanulók matematizáló tevékenységét.

Az időszak végére szükség van a valós számkör biztos ismeretére, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása. Műveleteket az algebrai kifejezések és a vektorok körében is értelmezünk és használunk.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

A geometriai ismeretek bővülése, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása fejleszti a dinamikus geometriai szemléletet. A

trigonometriai számítások a gyakorlat szempontjából fontosak (távolságok, szögek meghatározása számítás útján). A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, tér- fogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg. A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha..., akkor ...” az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat. Aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban.

A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a logikus gondolkodást is fejleszti.

Hasznos az élet és a különböző tudományok megértéséhez (a társadalomtudományokéhoz is) a gyakorlatban fontos témák megismerése, pl. a geometriai számítások, a leíró statisztika és valószínűség számítás elemeinek alkalmazása. Ez megmutatja a tanulók számára a matematika használhatóságát. El kell érniük, hogy az érettségi előtt állók e területen bizonyos gyakorlati tudásra tegyenek szert.

Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása

A 9–12. évfolyam matematikatanításában az induktív módszer mellett nagyobb szerepet kapnak a deduktív következtetések is. A tanítandó anyagban sejtéseket fogalmazzunk (fogalmaztatunk) meg, melyek né- hány lépésben bizonyíthatók vagy megcáfolhatók. Tanításunkban fontos a bizonyítás iránti igény felkeltése. Sor kerül néhány egyszerű tétel bizonyítására, bizonyítási módszerek megismerésére, valamint a fogalmak, szabályok pontos megfogalmazására. A matematikatanításban alapvetően fontos az absztrakciós képesség fejlesztése.

Az érettségi előtti rendszerező összefoglaláskor a matematika komplexitását mutatja meg az elemi halmazelméleti és logikai ismeretek alkalmazása különböző témakörökben, valamint egyszerű modellek (pl. gráfok) szerepeltetése.

A logikus gondolkodás a problémamegoldásban, az algoritmikus eljárások során és az alkalmazásokban egyaránt lényeges. A matematika különböző területein néhány lépéses algoritmus készítése az informatika tanulmányozásához is fontos.

Természetesen ezen időszakban is elengedhetetlen a szemléltető ábrák és egyéb eszközök alkalmazása nemcsak a geometriában, hanem a kombinatorikában és a statisztikában is. Az adatsokaságok különböző jellemzési lehetőségeinek megismertetésével ezen a téren is fejlesztjük az alkalmazásképes tudást.

Helyes tanulási szokások fejlesztése, a matematikatanulás szokásainak, képességének kialakítása

A gyakorlati számítások során alkalmazott újabb ismeretek egyre fontosabbá teszik az elektronikus eszközök célszerű használatát.

A közelítő értékekkel való számoláshoz különösen elengedhetetlen a becslés, a kerekítés, az ellenőrzés különböző módjainak alkalmazása, az eredmény realitásának eldöntése.

A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

A helyes érvelésre szoktatással sokat tehet (és tesz is) a matematikatanítás a kommunikációs készség fejlesztéséért.

Fontos elérnünk, hogy a tanulók meg tudják különböztetni a definíciót, a sejtést és a tételt. Matematikatudásról akkor beszélhetünk, ha a definíciókat, tételeket alkalmazni is tudja a tanuló.

Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a matematika a kultúrtörténet része. Komoly motiváció lehet tanításunkban a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok élete, munkássága. Ehhez segítséget ad a könyvtár és az Internet használata is.

Az előkészítő év céljai szaktárgyunk szempontjából

A programba bekapcsolódó tanulók elvégezték az általános iskola 8 osztályát, de nagyon különböző tudással. A program elvei alapján az előkészítő év végére a tanulóknak alkalmassá kell válniuk a középiskolai tanulmányok minőségi elsajátítására. Tehát az általános iskolai matematika tananyag újra tanítása helyett a képességfejlesztésen van a hangsúly, de az ismeretek szintjének körültekintő felmérése után alapos, tematikus ismétlésre is szükség van. Erre iskolánk pedagógiai programja szerint a 9. évfolyamon hátránykompenzációs, felzárkóztató órákon van lehetőség.

A matematika által fejlesztett kulcskompetenciák

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

A felhasználható taneszköz segédletek

a nyelvi előkészítő osztályban:

- Matematika gyakorló feladatlapok (Czapáry Endre – Korom Pál)
- Négyjegyű függvénytáblázatok

9.-12. évfolyamon:

- Oktatási Hivatal: Matematika tankönyv család 9-10 (OH-MAT9-12TB)
- Matematika gyakorló feladatlapok 9-12. (Czapáry Endre – Korom Pál)
- Oktatási Hivatal: Gyűjtemény a matematika emeltszintű oktatásához (OH-MAT11BE)
- MOZAIK kiadó: Sokszínű matematika 9-12. feladatgyűjtemény
- Négyjegyű függvénytáblázatok
- Zsebszámológép

NYELVI ELŐKÉSZÍTŐ OSZTÁLY

Tantárgyi struktúra, témakörök szétbontása

Témakör neve:		Helyi tanterv: óraszámok
GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK (15):	Halmazok, számhalmazok	6
	Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	9
SZÁMTAN, ALGEBRA (39):	Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	9
	Arányosság, százalékszámítás	11
	Egyenletek, egyenlőtlenségek, szöveges feledatok	19
FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK (12):	A függvény fogalma, sorozatok	12
GEOMETRIA (27):	Síkbeli alakzatok	9
	Transzformációk, szerkesztések	9
	Térgeometria	9
VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA (12):	Leíró statisztika	6
	Valószínűség-számítás	6
ÉV VÉGI ISMÉTLÉS (3):	Ismétlés:	3
Összes óraszám:		108

Téma	HALMAZOK	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> - Halmazokba rendezés több szempont szerint - Halmazábra készítése - Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyesen - Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben - Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben - Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése - Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete - Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre 	<ul style="list-style-type: none"> - Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint - Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése - Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra - Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint - Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán - A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása - Logikai szita megtapasztalása 	<p>Informatika: adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p>Biológia: rendszertan.</p> <p>Kémia: periódusos rendszer, kötések szerinti rendszerezés, stb</p> <p>Irodalom, nyelvtan: rendszerezés verselés, korszak, stb. szerint</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - elemeket halmazba rendez több szempont alapján; - részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; - számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyesen ábrázol; - véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; - ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. 	

Téma	MATEMATIKAI LOGIKA, KOMBINATORIKA, GRÁFOK	Óraszám 9
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása – A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata – Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is – Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül – Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás – Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére 	<ul style="list-style-type: none"> – „Einstein-fejtörő” típusú játék – Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett – Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is) – Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása – Lehetséges útvonalak összeszámlálása – Fagyalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe – Számkártyás feladatok megoldása – Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére 	<p>Osztályfőnöki: szerencsejáték</p> <p>Földrajz (gazdaság): rendszámtábla, úthálózat, térkép</p> <p>Sport: versenyszervezés</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle, "és", "vagy", "ha... akkor" kifejezések jelentése.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – igaz és hamis állításokat fogalmaz meg; – tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; – a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; – összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket; – konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével. 	

Téma	SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, HATVÁNY, NÉGYZETGYÖK	Óraszám 9
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – Oszthatósági szabályok – Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül – Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben – Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása – Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása, normálalak – Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása 	<ul style="list-style-type: none"> – Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére – Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása – Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel – Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére, szöveges feladatokban – Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására, szöveges feladatokban – Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel – Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám 	<p>ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.</p> <p>Fizika: világűr mérése</p> <p>Kémia: molekuláris világ mérése</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben; – meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét; – pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja; – négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza. 	

Téma	ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS	Óraszám 11
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben – Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása – Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom – Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása – Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása – A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése – Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása 	<ul style="list-style-type: none"> – Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, mérés, egyenletes mozgás – A fordított arányosság megtapasztalása (pl. torta) – Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése (pl. sebesség–menetidő) esetén – Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak, összehasonlítása – Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése – Projektmunka, például egy összejövétel költségvetésének tervezése – Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel – A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után – Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása 	<p>Osztályfőnöki: mindennapok eseményei</p> <p>Kémia: keverékek, oldatok</p> <p>Fizika: mozgások</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyenes, illetve fordított arányosság, százalék, százalékalap, százalékláb, százaléérték, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. – ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; – idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint. 	

Téma	EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK SZÖVEGES FELADATOK	Óraszám 19
<p style="text-align: center;">Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> <ul style="list-style-type: none"> – Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére – Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása – Helyettesítési érték számolása – Egytagú kifejezések számmal való szorzása – Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása – Két tagból közös számtényező kiemelése – Kéttagú betűs kifejezés szorzása kéttagú betűs kifejezéssel, nevezetes azonosságok – Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel – Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése – Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel – Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel – Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása – Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése 	<p style="text-align: center;">Ajánlott tevékenységek</p> <ul style="list-style-type: none"> – Adott problémához többféle, ismeretlen tartalmú művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása – Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása – Adott, ismeretlen tartalmú művelet sorhoz szöveges feladat írása – Az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása – „Gondoltam egy számot” játék: többféle algoritmus. lebontogatósi stratégia felfedése és formális leírása – Mérlegelv alkalmazása. – Szöveges feladatok megoldása (például: „életkoros”, „számjegyes”, „sebességes”, „keveréses”, „együttes munkavégzés”, geometriai, egyéb) – Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására 	<p style="text-align: center;">Kapcsolódási pontok</p> <p>Biológia, kémia, fizika, földrajz: számítási feladatok (például: egyenletes mozgás, oldatos feladatok)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatósi stratégia, mérlegelv, ellenőrzés	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; – egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; – egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatósi stratégiaval és mérlegelvvel megold; – matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; – gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez. 	

Téma	A FÜGGVÉNY FOGALMA, SOROZATOK	Óraszám 12
<p style="text-align: center;">Ismeretek/fejlesztési követelmények</p> <ul style="list-style-type: none"> – Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása – Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont – Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása – Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása – Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben – Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása – Lineáris, abszolútérték, másodfokú függvények – Függvénytranszformáció – Sorozatok, sorozatok, mint függvények – Számítani, mértani és egyéb sorozatok 	<p style="text-align: center;">Ajánlott tevékenységek</p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése – Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal – A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése – Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése – Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása – Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása – függvényábrázolás transzformációval – számítani és mértani sorozatokhoz kapcsolódó szöveges feladatok 	<p style="text-align: center;">Kapcsolódási pontok</p> <p>Fizika, kémia: egyenes illetve fordított arányban lévő mennyiségek szemléltetése, jellemzése</p> <p>Társadalomismeret: pénzügyi számítások</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	megfeleltetés; egyértelmű hozzárendelés; egyenes és fordított arányosság; grafikon; lineáris, abszolútérték, másodfokú függvény, függvénytranszformáció	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; – értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja; – egyszerű grafikonokat jellemez; – felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; – felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. 	

Téma	SÍKBELI ALAKZATOK	Óraszám 9
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – Ponthalmazok , távolság, szögek – Háromszögek belső és külső szögeinek összege – Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma – A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra – Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások – Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása – Háromszögek és négyszögek nevezetes vonalai, beírható, illetve köré írható kör – Sokszögek belső, ill. külső szögeinek összege, átlói száma – Szabályos sokszögek – Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete 	<ul style="list-style-type: none"> – Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése – Négyszögek adott szempontoknak megfelelő csoportosítása – Gyakorlati számolási feladatok megoldása, – Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása – Derékszög kijelölése csomós kötéllel – Pitagorasz számhármak keresése – Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében – Síkgeometriai szöveges feladatok megoldása 	<p>Vizuális kultúra: építészeti alapformák</p> <p>Földrajz (gazdaság): földmérés</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körívek, körszelet, körgyűrű, szabályos sokszög	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; – ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; – ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; – a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; – meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét; – ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban; – ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között. 	

Téma	TÉRGEOMETRIA	Óraszám 9
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – Környezetünk tárgyaiban a hasáb (henger), a gúla (kúp) és a gömb alakú testek felfedezése – Hasáb (henger) és gúla (kúp) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló, testmagasság – Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján – Testek hálójának készítése – A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai – A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek – Egyenes hasáb (henger) alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással 	<ul style="list-style-type: none"> – Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása) – Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, – Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése – A gömb speciális tulajdonságainak megfigyelése – Földgömb bemutatása matematikai szempontból – Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól – Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása – Egyenes hasáb (henger) alakú üreges test térfogata 	<p>Vizuális kultúra: alaprajzok testek ábrázolása, építészet</p> <p>Földrajz (gazdaság): Csomagolótechnika</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	hasáb (henger), gúla (kúp), gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – a kocka, a téglatest, a hasáb (henger) és a gúla (kúp) hálóját elkészíti; – testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; – ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb (henger) és a gúla (kúp) következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló, testmagasság; – egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét (henger) és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb (henger) felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti; – ismeri a gömb tulajdonságait; – a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában. 	

Téma	TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK	Óraszám 9
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – Tengelyes és középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása – Elforgatás és eltolás ismerete és alkalmazása – Tengelyesen, középpontosan és forgásszimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben – Alakzatok transzformáltjának megszerkesztése – Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése, diszkusszió – Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben – Dinamikus geometriai szoftver használata 	<ul style="list-style-type: none"> – Ábrák síkban való pont körüli elfordítása adott szöggel; tulajdonságok megfigyelése – Osztályterem, iskola, közeli tér, park, épület tengelyes-, középpontos- és forgásszimmetrikus alakzatainak kiválasztása – Tükrözésen, eltoláson, elforgatáson alapuló – Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító – Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel 	<p>Földrajz: térképek</p> <p>Fizika: tükrök</p> <p>Vizuális kultúra: makettkészítés</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	tengelyes, középpontos, illetve forgásszimmetria, szimmetria-középpont, eltolás, kicsinyítés, nagyítás	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét; – geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; – felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben; – ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel. 	

Téma	LEÍRÓ STATISZTIKA	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése – Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon – Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak – Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint – Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása – Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása – Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása – Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása 	<ul style="list-style-type: none"> – Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában – Projektmunka, felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása) – Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában 	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, sávdiagram, pontdiagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, átlag, módusz, medián	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; – adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; – különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; – megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; – konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja. 	

Téma		VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<ul style="list-style-type: none"> – Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is – Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése – Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál – A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során 		<ul style="list-style-type: none"> – Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal – Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslése: a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok – Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára – 21-es és különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal 	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	esély, gyakoriság, relatív gyakoriság		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is; – valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ; – ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál. 		

Téma	ÉV VÉGI ISMÉTLÉS ÉS RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS	Óraszám 3

9-10. ÉVFOLYAM*Tantárgyi struktúra, témakörök szétbontása*

Témakör neve:		Kerettanterv javasolt óraszámok (9-10)	Helyi tanterv: óraszámok 9. évfolyam	Helyi tanterv: óraszámok 10.évfolyam
GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK:	Halmazok	10	10	0
	Matematikai logika	10	0	6
	Kombinatorika, gráfok	12	0	14
SZÁMTAN, ALGEBRA:	Számhalmazok, műveletek	8	4	0
	Hatvány, gyök	14	4	12
	Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	10	8	0
	Arányosság, százalékszámítás	12	6	0
	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18	18	0
	Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	12	0	18
FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK:	A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	16	14	4
GEOMETRIA:	Geometriai alapismeretek	8	6	0
	Háromszögek	16	8	15
	Négyszögek, sokszögek	10	5	5
	A kör és részei	10	4	6
	Transzformációk, szerkesztések	20	12	10
VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA:	Leíró statisztika	10	5	2
	Valószínűség-számítás	8	0	12
ÉV VÉGI ISMÉTLÉS:	Ismétlés:	8	4	4
Összes óraszám:		216	108	108

9. ÉVFOLYAM

Téma	HALMAZOK	Óraszám 10
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmaz, mint alapfogalom, Halmazok megadása különböző módokon, ábrázolás Venn-diagramon. Alaphalmaz, üreshalmaz fogalma, komplementer halmaz, egymással egyenlő halmazok, részhalmaz, valódi részhalmaz fogalma Halmazműveletek 2-3 halmazra: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, <i>szimmetrikus differencia</i> <i>Halmazműveletekre vonatkozó tételek, De Morgan-azonosságok</i> Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>	<p>Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása. Konkrét dolgok csoportosítása adott, vagy a tanulók által javasolt szempontok szerint. Szituációs játék, barkochba játék egy-egy halmaz, vagy egy-egy elem kitalálására.</p>	<p>Informatika: adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint. Biológia-egészségtan: rendszertan.</p>
<p>Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. Logikai szita módszere 2-3 halmaz elemszámának meghatározásához. n elemű halmaz részhalmazainak a száma. n elemű halmaz k elemű részhalmazainak a száma.</p>	<p>A „végtelen szálloda” mint modell. Mindennapi életből vett feladatok.</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	alaphalmaz, részhalmaz, üreshalmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram, halmazműveletek, halmazok elemszáma, logikai szita.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - halmazokat különböző módon megad - halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi - alkalmazza a logikai szita elvét - véges halmazok elemszámát meghatározza 	

Téma	SZÁMHALMAZOK, MŰVELETEK	Óraszám 4
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok felépülése.</p> <p>Racionális számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Átírás.</p> <p>Irracionális számok. A valós számkör.</p> <p>Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, zárójelek helyes használata.</p> <p>A valós számok és a számegyenes kapcsolata.</p> <p>Számok abszolútértéke, ellentettje, reciprok.</p> <p>Adott jegyre kerekítés, észszerű kerekítés.</p> <p>Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.</p>	<p>Számológép helyes használatának elsajátítása, pl. műveleti sorrend, zárójelek, előjelek.</p> <p>Egyszerű szöveges összefüggések leírása matematikai jelekkel, hallás és olvasás alapján.</p> <p>Tanulói kiselőadás helyiértékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásáról.</p> <p>Becslés, nagyságrendek ellenőrzése.</p> <p>Tanteremben végzett mérések esetén megfelelő kerekítés.</p> <p>Matematika más témaköreiből vett feladatok megoldása.</p>	<p>Természettudományok: mértékegységek, nagyságrendek.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Racionális szám, irracionális szám, valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás, abszolútérték, ellentett, reciprok, nyílt intervallum, zárt intervallum	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - műveleti azonosságok helyes használata - racionális számokat tizedestörtbe és rendes törtbe is felír - ismeri az intervallumokat, abszolútérték, ellentett és reciprok fogalmát - a számolással kapott eredményt nagyságrendileg megbecsüli, megfelelően kerekít 	

Téma	HATVÁNY, GYÖK	Óraszám 4
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen.</p> <p>Hatványozás Pozitív egész, 0, és negatív egész kitevőre. Hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése. Hatványazonosságok bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevőre.</p>	<p>A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás. Csoportmunka: papírlap hajtogatási feladat 2,3,5 hatványainak felismerése</p>	<p>Fizika; kémia; biológia- a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	normálalak, hatványalap, hatványkitevő, négyzetgyök	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza az egész kitevős hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait - ismeri és alkalmazza a normál alakot 	

Téma	BETŰS KIFEJEZÉSEK ALKALMAZÁSA EGYENLETMEGOLDÁS, FÜGGVÉNYÁBRÁZOLÁS SORÁN	Óraszám 8
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések.</p> <p>Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya. Helyettesítési érték.</p> <p>Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.</p> <p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p> <p>Nevezetes azonosságok:</p> <p>$(a \pm b)^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$; további nev. azonosságok: $a^3 + b^3$; $a^3 - b^3$; $(a + b)^3$ és $(a - b)^3$</p> <p>Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.</p> <p>Egyszerű másodfokú polinom teljes négyzetté alakítása.</p> <p>Oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös fogalma, kiszámítása</p> <p>Azonos átalakítások.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. – Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. <p>A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.</p>	<p>Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése.</p> <p>Nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése.</p> <p>Számolási „trükkök” fejen, azonosságok segítségével.</p>	<p>Fizika; kémia: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p> <p>Fizika; kémia: képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	összeg, tag, tényező, egynemű kifejezés, együttható, polinom, teljes négyzet, algebrai tört, azonosság	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - műveleteket végez algebrai kifejezésekkel, - ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat, - átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával 	

Téma	ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Egyenes és fordított arányosság fogalma. Alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során. Grafikon felismerése, készítése Mindennapi életből vett mennyiségpárok.	Gyűjtőmunka (egyéni, csoportos): szakácskönyvek, gépjármű-katalógusok stb. tanulmányozása, arányosságok keresése.	Fizika: egyenes és fordított arányos mennyiségek. pl. út-idő grafikon , nyomás-térfogat grafikon
Százalékszámítási feladatok Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó egyszerű feladatok	Háztartási számlák elemzése az azokban megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével. Törtrészek és százalék közötti kapcsolat, egyszerű százalékok fejből gyakoroltatása.	Fizika, kémia, földrajz, informatika: százalékszámítási feladatok, százalékos adatok értelmezése. Keveréses feladatok. Állampolgári ismeretek: THM, EBKM fogalma.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék alap, százalékláb, százaléérték	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a százalék alap, -érték, -láb, -pont fogalmát - ismeri és alkalmazza az egyenes és fordított arányosságot 	

Téma	ELSŐFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK	Óraszám 18
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalma. Mérlegelv Egyszerű elsőfokú egyenletek algebrai és grafikus megoldása, algebrai azonosságok alkalmazása.	Adott egyenlethez szóveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportban.	
Törtös egyenletek, <i>egyenlőtlenségek</i> . Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. Törtek előjelének vizsgálata.		
<i>Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.</i>	Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során	
Elsőfokú egyenletrendszerek: Grafikus megoldás, behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere. Egyenletrendszerrel megoldható szóveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata	Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata.	Informatika: számítógépes program használata.
Egyenlőtlenségek megoldása mérlegelvvel és grafikusán.	Nyílt végű problémák megoldása	
Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szóveges feladatok megoldása	Út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok	Fizika: kinematika, dinamika. Kémia: oldatok összetétele
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alaphalmaz, megoldáshalmaz, ellentmondás, azonosság, értelmezési tartomány, mérlegelv, ekvivalens átalakítás, hamis gyök.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás - tud megoldani elsőfokú egyenletet, egyenlőtlenséget, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszert 	

Téma	A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK	Óraszám 14
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés.	Összetett, valódi helyzetekkel, kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában	Földrajz, pénzügyi ismeretek: demográfiai, pénzügyi grafikonok
Függvény fogalma. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Függvények ábrázolása táblázat alapján. Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására. A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, tengelymetszeteinek, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása	Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	Informatika: függvényábrázolás, grafikonkészítés.
Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása	Hétköznapi tevékenységekhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (pl. út-idő az iskolába való eljutáshoz)	Fizika; kémia: egyenesen arányos mennyiségek.
Abszolút érték-függvény Másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény. (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai Hozzárendelési utasítás leolvasása grafikonról.		Fizika; kémia: fordítottan arányos mennyiségek.
Függvény-transzformációk. - A tanult függvények többlépcsős transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $ f(x) $. Helyettesítési érték számolása, $f(x)=c$ alapján x meghatározása		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvény hagyományosan és digitálisan ábrázol - megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, azokat táblázatba rendezi - grafikonról leolvasni az alapvető tulajdonságokat 	

Téma	GEOMETRIAI ALAPISMERETEK	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík kölcsönös helyzete Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolsága, hajlásszöge.	Osztályteremben „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezen távolságok megmérése. Méterarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése	Földrajz: térképészet, arányos távolságok meghatározása Képzőművészet, kertészet, szabás-varrás.
Szögfajták, szögek szerkesztése, szögmásolás. Nevezetes szögparok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltóshögek		
Nevezetes pontthalmazok. Szakaszfelező merőleges és szögfelező mint pontthalmazok tulajdonságainak ismerete. Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata.	Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, szögfelező, szakaszfelező merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltóshögek	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri a térelemek kölcsönös helyzetét és alkalmazza feladatokban - ismeri és alkalmazza a nevezetes szögparok tulajdonságait - alapszerkesztéseket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel 	

Téma	HÁROMSZÖGEK	Óraszám 8
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A háromszög oldalai, szögei és oldalai valamint szögei közötti összefüggések. Háromszög-egyenlőtlenség.</p> <p>A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek bizonyítása, alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban</p> <p>Speciális háromszögek tulajdonságai, szabályos, egyenlő szárú, derékszögű.</p>	<p>Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzatokká.</p>	
<p>A háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak , tételek ismerete és alkalmazása:</p> <p>A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre.</p> <p>A háromszög magasságvonalai, magasságpontja.</p> <p>A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei.</p> <p>A háromszög súlyvonalai, súlypontja.</p> <p>A háromszög középvonalai</p> <p>Oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása.</p>	<p>A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában.</p>	
<p>Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása.</p> <p>Számítási feladatok síkban és térben.</p>	<p>Derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása Pitagorasz –tételek megfelelően.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt és beírt kör	
Továbbhaladás feltétele	- ismeri és alkalmazza a háromszögre vonatkozó ismereteket, - ismeri és alkalmazza a Pitagorasz –tételt és megfordítását	

Téma	NÉGYSZÖGEK, SOKSZÖGEK	Óraszám 5
Ismeretek/fejlesztési követelmények		
Ajánlott tevékenységek		
Kapcsolódási pontok		
Négyszögek Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságai. Belső és külső szögekre vonatkozó tételek		
Sokszögek. Szabályos sokszög fogalma. Átlók száma konvex sokszögeknél átlók száma, külső és belső szögösszegre vonatkozó tételek, azok bizonyítása és alkalmazása.	Belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög	
Továbbhaladás feltételei	ismeri és alkalmazza a négyszögekre és sokszögekre vonatkozó ismereteket ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait,	

Téma	A KÖR ÉS RÉSZEI	Óraszám 5
Ismeretek/fejlesztési követelmények		
Ajánlott tevékenységek		
Kapcsolódási pontok		
Thalész tétele és a tétel megfordításának ismerete és alkalmazása. A Thalész-tétel bizonyítása	Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával. Állítás, és megfordításának gyakorlása	Fizika: látószög fogalma
Kör érintője és az érintési pontba húzott sugár merőlegessége. A külső pontból húzott érintőszakaszok tétele. <i>Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése.</i>		Fizika: a körmozgást végző test sebessége
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, látószög	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza Thalész –tételét és megfordítását - ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral, az érintőszakaszok egyenlőségét 	

Téma	TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK	Óraszám 12
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. Vektorok fogalma, párhuzamos eltolás. Egybevágósági transzformációk tulajdonságai: Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása. Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diskusszió.</p>	<p>Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésre, pl. fényképezés, filmvetítés. Tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok páros munkában.</p>	<p>Fizika: vektormennyiségek, vektorműveletek Fizika: elmozdulásvektor, forgások. Földrajz: bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.</p>
<p>Az egybevágóság fogalma. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Alakzatok egybevágósága.</p>	<p>Sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével.</p>	
<p>Szimmetrikus alakzatok. Egybevágó alakzatok, szimmetriák felismerése A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.</p>	<p>Escher és Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából.</p>	<p>Vizuális kultúra: kifejezés, képzőművészet, művészettörténeti stíluskorszakok Biológia-egészségtan: az emberi test síkjai, szimmetriája. Építészeti alkotások</p>
<p>Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása feladatokban, tételek bizonyításában.</p>	<p>Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel, diskusszió.</p>	
<p>A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.</p>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket - ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát - megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolottját hagyományosan és digitális eszközzel 	

Téma		LEÍRÓ STATISZTIKA	Óraszám 5
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Statistikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása hagyományos és internetes forrásból.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel.</p> <p>Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont.</p> <p>Adatok értelmezése, következtetések levonása.</p>		<p>Adatgyűjtés megtervezése, pl. forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés lebonyolítása. A statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, eredmények szemléltetése, értékelése tanulói projekt munka formájában.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>
<p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, kvartilisek, módusz, szórás. Sodrófa-diagramm</p>		<p>Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy jellemezhető-e az ismert középértékekkel.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz		
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására. - Ismeri a módusz és a medián fogalmát. - Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait 		

Téma		ÉV VÉGI ISMÉTLÉS ÉS RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS	Óraszám 4

10. ÉVFOLYAM

Téma	MATEMATIKAI LOGIKA	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Állítás logikai értékének megállapítása (igaz-hamis) feladatokban. Állítás tagadása egyszerű feladatokban. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe	Hétköznapi életből vett feladatok megoldása. Más tantárgykból vett feladatok illetve a matematika más témáiból vett feladatok megoldása.	Magyar nyelv és irodalom: retorikai alapismeretek Szövegértés bármely tantárgyban.
A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása. A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értéke és tagadása. A „Ha ...akkor” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értéke és tagadása.	Stratégiai és logikai játékok. „Szigetlakó”, „ki a tettes” típusú feladatok csoportmunkában.	Állampolgári ismeretek: tudatos pénzügyi tervezés.
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tétel, bizonyítás, igaz-hamis, „nem”, „és”, „vagy... , vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor”	
Továbbhaladás feltétele	A tanuló lássa a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; Tudja megállapítani egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; Tudjon egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.	

Téma	KOMBINATORIKA, GRÁFOK	Óraszám 14
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. A szorzási elv alkalmazása. $n!$, n^k típusú feladatok.	Hétköznapi életből vett feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással. Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű feladatokhoz saját szöveg írása, „feladatküldés” csoportmunkában. Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása	Sport: csapatjátékok
Gráf alkalmazása konkrét hétköznapi matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában	Kémia: molekulák szerkezete. Informatika: számítógépes hálózatok felépítése. Földrajz: térképek, úthálózat. Sport. csapatjátékok szemléltetése
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, gráf csúcsa, él	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel - Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban - Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában - Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában - Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására 	

Téma	HATVÁNY, GYÖK	Óraszám 10
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. Műveletek gyökös kifejezésekkel. Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.</p>	<p>A pontos érték meghatározása igényének kialakítása A számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban Többféle bizonyítási lehetőség bemutatása (a <i>számtani- és mértani közép közti egyenlőtlenség bizonyítására</i>)</p>	<p>Fizika: fonalinga lengésideje, rezgésidő kiszámítása</p>
<p>Az n-edik gyök fogalma és alkalmazása <i>n-edik gyök azonosságai</i> <i>Műveletek n-edik gyökös kifejezésekkel.</i> <i>Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól.</i> <i>Nevező gyöktelenítése</i></p>	<p>A pontos érték kiszámításának igénye, illetve a számológép célszerű alkalmazása a szükséges számításokban.</p>	<p>Pénzügyi számítások: a kamatláb kiszámítása</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	négyzetgyök, n -edik gyök	
Továbbhaladás feltétele	- A négyzetgyök, és az n -edik gyök fogalmának, azonosságainak ismerete, a velük végzett műveletek magabiztos elvégzése mind a pontos érték, mind a közelítő érték meghatározásának tekintetében.	

Téma	MÁSODFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK	Óraszám 18
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú egyenletek megoldása. grafikus megoldás teljes négyzetté kiegészítés szorzattá alakítással mérlegelvvel.	Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.
A másodfokú egyenlet megoldóképlete. Diszkrimináns. A gyöktényezős szorzatok. <i>Viéte-formula</i>		
Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása.	Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről.	
Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán.	Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során	
<i>Másodfokú egyenletrendszerek</i>		
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.		Fizika, kémia: számítási feladatok
$\sqrt{x+c} = ax+b$ Értelmezési tartomány, ellenőrzés szerepe, szükségessége.		
<i>Négyzetgyököt tartalmazó egyenletek megoldása.</i> <i>Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - problémának megfelelő matematikai modellt választ - a modellben kapott megoldást az eredeti problémába visszahelyettesítéssel értelmezi, ellenőrzi - megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi 	

Téma	A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK	Óraszám 4
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Másodfokú függvények ábrázolása és jellemzése. (Ismétlés)</p> <p>Ábrázolás teljes négyzetté alakítással.</p> <p>Függvénytranszformációk. $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(x)$.</p>	<p>geometriai szerkesztő program használata</p>	<p>Informatika: függvényábrázolás, grafikonkészítés.</p>
<p>Négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése és függvény transzformációk végrehajtása. (Ismétlés)</p>		
<p>Helyettesítési érték számolása, az $f(x)=c$ alapján x meghatározása</p>		
<p>Egyszerű másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati élethez kapcsolódó szélsőértékfeladatok</p>	<p>megoldása csoportmunkában</p>	
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás</p>	
<p>Továbbhaladás feltételei</p>	<ul style="list-style-type: none"> - képlettel adott függvényt hagyományosan és digitálisan ábrázol - adott képlet alapján helyettesítési értéket számol, $f(x)=c$ megoldja - grafikonról leolvass alapvető tulajdonságokat 	

Téma	HÁROMSZÖGEK	Óraszám 15
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hegyes szögek szögfüggvényei</p> <p>Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben</p> <p>Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei</p> <p>Tompaszög szinusz, koszinusz, tangense, <i>kotangense</i></p> <p><i>Szögfüggvények általánosítása (szinusz, koszinusz tangens-, kotangens), Szinusz-,koszinusz-, tangens-, kotangensfüggvény ábrázolása, jellemzése</i></p>	<p>A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása</p> <p>Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában</p>	<p>Fizika: erővektorfelbontása derékszögű összetevőkre</p> <p><i>Fizika: hullámmozgás, rezgőmozgás</i></p>
<p>Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében.</p> <p><i>A háromszög köré írható körének sugara szögfüggvény segítségével</i></p>	<p>Tetszőlegesen kijelölt háromszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján</p> <p>„Hova telepítsünk mobiltornyot?”</p>	<p><i>Fizika: a háromszögelés technikája.</i></p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben - alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban; - kiszámítja a háromszögek területét - válaszait megfelelő mértékegységben adja meg 	

Téma	NÉGYSZÖGEK, SOKSZÖGEK	Óraszám 5
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással, <i>szögfüggvény segítségével</i></p> <p>Területszámítási feladatok megoldása.</p> <p>Szabályos sokszög területének kiszámítása, <i>szögfüggvény segítségével is</i></p>	<p>Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan</p> <p><i>Különböző alapterületű dobozok anyagszükségletének kiszámítása</i></p>	<p>Földrajz: földmérés, területmeghatározás</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, őr tartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. 	

Téma	A KÖR ÉS RÉSZEI	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával</p> <p>Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével</p> <p>Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása.</p>	<p>Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a körív hosszával; különböző méretű körök esetén kapott adatok táblázatba foglalása.</p> <p>Körívvel készíthető motívumok tervezése.</p>	<p>Fizika: szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás.</p> <p>Földrajz: tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.</p> <p>Képzőművészet, építészet, modellezés.</p> <p>Természeti környezet, kertépítés.</p>
<i>Kerületi szög fogalma, tételek.</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ki tudja számolni a kör részeinek területét, kerületét - geometriai feladatokban a mértékegységeknek megfelelően adja meg a választ 	

Téma	TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK	Óraszám 10
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.	Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). Földrajz: térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.	Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában	Vizuális kultúra: összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
<i>Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok területének és területének, valamint a hasonló testek felszínének, és térfogatának arányára vonatkozó tételket. 	

Téma	LEÍRÓ STATISZTIKA	Óraszám 2
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel. Adatok értelmezése, következtetések levonása. Grafikus manipulációk felismerése és javítása	A statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, eredmények szemléltetése, értékelése tanulói kiselőadás formájában.	<i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.
Adathalmazok jellemzői: (terjedelem, átlag, medián, módusz) szórás.	Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy jellemezhető-e az ismert középértékekkel.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz, szórás	
Továbbhaladás feltételei	<ul style="list-style-type: none"> - Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására. - Ismeri a módusz és a medián, valamint a szórás fogalmát. - Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait 	

Téma		VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS	Óraszám 12
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakoriság, relatív gyakoriság táblázatok készítése Valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon		Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (dobások szabályos dobókockával, pénzérmével...).	Informatika: véletlenszám generálás, véletlen események szimulálása
Klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása Geometriai valószínűsége		Különböző társasjátékokban nyeresi esély meghatározása. Szerencsjátékok esetében nyeresi esélyek összehasonlítása.	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség		
Továbbhaladás feltételei	- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, fogalmát értelmezi és alkalmazza.		

Téma	ÉV VÉGI ISMÉTLÉS ÉS RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS	Óraszám 4
------	--	--------------

11-12. ÉVFOLYAM (heti 3-3 óra)

Tantárgyi struktúra, témakörök szétbontása

Témakör neve:		Kerettanterv javasolt óraszámok (11-12)	Helyi tanterv: óraszámok 11. évfolyam	Helyi tanterv: óraszámok 12.évfolyam
GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK:	Halmazok, matematikai logika	6	0	6
	Kombinatorika, gráfok	10	10	0
SZÁMTAN, ALGEBRA:	Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14	8	0
	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	12	18	0
	Exponenciális folyamatok vizsgálata	12	12	0
FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK:	Sorozatok	18	0	20
GEOMETRIA:	Trigonometria	14	14	0
	Térgeometria	20	0	20
	Koordinátageometria	14	20	0
VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA:	Leíró statisztika	12	4	0
	Valószínűség-számítás	16	18	6
ÉV VÉGI ISMÉTLÉS:	Rendszerező összefoglalás	38	4	35
Összes óraszám:		186	108	87

11. ÉVFOLYAM (heti 3 óra)

Téma	KOMBINATORIKA, GRÁFOK	Óraszám 10
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</p> <p>Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</p>	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p> <p>Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése</p>	<p>Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p>Biológiaegészségtan: genetika</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével 	

Téma	SZÁMELMÉLETI ISMERETEK	Óraszám 8
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból (ismétlés)</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</p> <p>Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártsága</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása</p> <p>Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények</p> <p>Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</p> <p>Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</p> <p>Halmazábra elkészítése a számhalmazokról</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; – ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; – érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; – ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; 	

Téma	HATVÁNY, GYÖK, EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNY, LOGARITMUS	Óraszám 18
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hatványozás, négyzetgyök, n-edik gyök (ismétlés)</p> <p>Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén</p> <p>Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén, permanencia-elv</p> <p>A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén</p> <p>Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai</p>	<p>Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában</p> <p>Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában</p>	<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>A logaritmus értelmezése</p> <p>Áttérés más alapú logaritmusra, <i>logaritmus azonosságai</i></p> <p>Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához</p> <p><i>Logaritmusfüggvény</i></p> <p><i>A logaritmus definíciójára épülő egyszerű logaritmosos egyenlet megoldása.</i></p>	<p>Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével</p> <p>10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; – adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli. 	

Téma	EXPONENCIÁLIS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA	Óraszám 12
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p><i>Exponenciális egyenletek megoldása.</i></p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>	<p>Földrajz: erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.</p> <p>Fizika: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás)</p> <p>Biológia: baktériumok szaporodása</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, racionális kitevőjű hatvány, exponenciális növekedés, csökkenés, logaritmus.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket – egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát; – a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát; – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát 	

Téma	TRIGONOMETRIA	Óraszám 14
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense, <i>kotangens</i> . Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével (Ismétlés)	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése	Fizika: vektormennyiség felbontása adott állású összetevőkre.
Színusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása. A színusztétel bizonyítása A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Számítások négyszögekben, sokszögekben. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása <i>Trigonometrikus függvények, egyszerű trigonometrikus egyenletek</i>	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS
Kulcsfogalmak/Fogalmak	színusz, koszinusz, tangens, színusztétel, koszinusztétel	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a színusz- és a koszinusztételt – kiszámítja háromszögek területét; – ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; – átdarabolással kiszámítja sokszögek területét 	

Téma	KOORDINÁTAGEOMETRIA	Óraszám 20
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A vektor: Vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása. A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában</p>	<p>Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</p>	<p>Fizika: vonatkoztatási rendszer, hely megadása. Fizika: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>
<p>Vektorok és pontok: Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján <i>Háromszög súlypontja. Szakasz harmadolópontja.</i> <i>Vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái</i></p>	<p>„Torpedójáték” koordináta-rendszerben Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján</p>	<p>Informatika: pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái <i>Normálvektor definíciója, egyenes normálvektoros egyenlete. Iránytangens.</i></p>	<p>Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével</p>	
<p>A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében <i>Kör és egyenes metszéspontja.</i></p>	<p>„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában – koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat – koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; – ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; – egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; – kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; – megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; 	

Téma	LEÍRÓ STATISZTIKA	Óraszám 4
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete</p> <p>Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre</p> <p>Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között</p> <p>A Simpson-paradoxon bemutatása példákon</p> <p>Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</p>	<p>Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése</p> <p>Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p>
<p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal</p> <p>Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések</p> <p>Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p> <p>Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén 	

Téma		VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS	Óraszám 18
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p>		<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p>	<p>Fizika: egy részecske bolyongásának leírása többdimenziós euklideszi térben (Brown-mozgás, Wiener-folyamat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; 		

Téma	ÉV VÉGI ISMÉTLÉS ÉS RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS	Óraszám 4

12. ÉVFOLYAM (heti 3 óra)

Téma	HALMAZOK, MATEMATIKAI LOGIKA	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül</p> <p>Logikai kifejezések megfelelő használata</p> <p>Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p>	<p>A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével. Rejtvenyűságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül</p> <p>Logikai készséget fejlesztő játékok</p> <p>Stratégiai játékok, táblás játékok. Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p> <p>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	logikai műveletek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; – megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; – tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani 	

Téma	SOROZATOK	Óraszám 20
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalmának ismerete Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval</p> <p>Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p>Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása</p>	<p>Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat</p> <p>Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével</p> <p>A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</p>	<p>Biológia: Fibonacci sorozat felírása, pl. napraforgó, virágszirmok száma, fenyőtoboz, ananász</p> <p><i>Életvitel: Kamatos kamat számítás</i></p>
<p>Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában</p> <p>Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása</p> <p>Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása</p> <p>Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása</p>	<p>Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével</p>	<p>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; - a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; - a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; - ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; - mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában. 	

Téma	TÉRGEOMETRIA		Óraszám 20
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok	
Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	Korábbi ismeretek alkalmazása.	Földrajz: különböző adatok ismeretében megfelelő, távolságok, szögek kiszámítása, felszínszámítás	
A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben	A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai	Fizika: kapcsolat a tömeg, térfogat, sűrűség mennyiségei között, megfelelő mértékegységek alkalmazása	
A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölddoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). Kémia: kristályok felépítése.	
Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása			
A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazás	Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel	Vizuális kultúra: A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak méretarányos ábrázolása, felszínének és térfogatának meghatározása becsléssel, méréssel	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a tételek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg a választ - ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait - lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját; - kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben; - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket; - ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket 		

Téma		VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén</p> <p>A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban</p> <p>Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p> <p>Diszkrét valószínűség eloszlások ábrázolása hagyományos vagy digitális eszközökkel.</p>		<p>Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeresemény és az igazságosság fogalmának kialakítása</p> <p>Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése</p> <p>Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</p> <p>Életvitel: pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét; - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén 		

Téma	Rendszerező összefoglalás	Óraszám 35
-------------	----------------------------------	-----------------------------

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i></p> <p>Halmazok. Számhalmazok.</p> <p>A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek.</p> <p>A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek.</p> <p>A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet.</p> <p>A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>		

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Számelmélet, algebra.</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele.</p> <p>Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>		
<p><i>Sorozatok, függvények.</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban.</p> <p>Számtani és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>		

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Geometria.</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>		
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Diagramok ismerete, grafikus manipulációk felismerése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>		

11-12. ÉVFOLYAM

(heti 5-5 óra)

Ez a tanterv a négy osztályos gimnáziumok olyan tanulóinak kíván magasabb szintű ismereteket nyújtani, akik nagyobb érdeklődést mutatnak a matematika iránt. Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük és elősegítsük a sikeres emelt szintű érettségi vizsga letételét. Nem az a célunk, hogy a speciális matematika tagozatos osztályokéhoz közelítő mértékben bővítsük a középiskolai anyagot, - erre ez az óraszám nem is elegendő - hanem olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy megszerettetéséhez és az emelt szintű érettségi megszerzéséhez szükségesek.

Tantárgyi struktúra, témakörök szétbontása

Témakör neve:	Altémák	Kerettantervben javasolt alapóraszámok	Helyi tanterv: óraszámok 11. évfolyam	Helyi tanterv: óraszámok 12.évfolyam
GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK:	Halmazok, matematikai logika	6	0	6+6
	Kombinatorika, gráfok	10	10+6	0
SZÁMTAN, ALGEBRA:	Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14	8	0
	Hatvány, gyök, logaritmus	12	18+12	0
	Exponenciális és logaritmikus folyamatok vizsgálata	12	12	0
	FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK:	Sorozatok, sorozatok új tulajdonságai	18	0
	Függvények folytonossága, határértéke	–	0	+6
	Differenciálszámítás	–	0	+24
	Integrálszámítás	–	0	+16
GEOMETRIA:	Trigonometria	14	14+20	0
	Térgeometria	20	0	20
	Koordinátageometria	14	20+16	0
VALÓSZÍNŰSÉG, STATISZTIKA:	Leíró statisztika	12	4+6	0
	Valószínűség-számítás	16	18+12	6
ÉV VÉGI ISMÉTLÉS:	Rendszerező összefoglalás	38	4	35
Összes óraszám:		186	108+72=180	87+58=145

11. ÉVFOLYAM

(heti 5 óra)

Téma	KOMBINATORIKA, GRÁFOK	Óraszám 16
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</p> <p><i>Binomiális tétel</i></p> <p>Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</p> <p><i>Fagráfok fogalma, tulajdonságaik</i></p> <p><i>Euler-vonal, Hamilton-kör</i></p> <p><i>Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó tételek és bizonyításuk</i></p>	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p> <p>Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése</p>	<p>Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p>Biológiaegészségtan: genetika</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	permutáció, variáció, kombináció, faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével 	

Téma	SZÁMELMÉLETI ISMERETEK	Óraszám 8
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból (ismétlés)</p> <p>Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás.</p> <p><i>A számelmélet alaptétele.</i></p> <p><i>Végtelen sok prímszám van.</i></p> <p><i>Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről.</i></p> <p><i>Osztók számának, összegének, szorzatának meghatározása a prímtényezős felbontásból.</i></p> <p><i>Kis Fermat-tétel.</i></p> <p><i>Néhány speciális prím: pl. Mersenne-prímek, Fermat-prímek, faktoriális prímek, Sophie Germain-prímek.</i></p> <p><i>Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</i></p> <p>Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártsága</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása</p> <p>Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények</p> <p>Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</p> <p>Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</p> <p>Halmazábra elkészítése a számhalmazokról</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, prímszám, összetett szám, relatív prímek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; – ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; – érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; – ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; 	

Téma	HATVÁNY, GYÖK, LOGARITMUS	Óraszám 30
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hatványozás, négyzetgyök, n-edik gyök (ismétlés)</p> <p>Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén</p> <p>Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén, permanencia-elv</p> <p>A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén</p> <p>Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai és <i>transzformációi</i></p> <p><i>A függvények korlátosságának szemléltetése, pontos fogalma</i></p> <p><i>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek megoldása.</i></p>	<p>Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában</p> <p>Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában</p>	<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>A logaritmus értelmezése</p> <p>Áttérés más alapú logaritmusra, <i>logaritmus azonosságai és bizonyításuk</i></p> <p>Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához</p> <p><i>Logaritmusfüggvény</i></p> <p><i>A logaritmus definíciójára épülő logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek megoldása.</i></p>	<p>Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével</p> <p>10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; – adott értékhez tartozó elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli. 	

Téma	EXPONENCIÁLIS ÉS LOGARITMIKUS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA	Óraszám 12
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Exponenciális és logaritmikus folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális vagy logaritmikus egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, kémiai demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>	<p>Földrajz: erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.</p> <p>Fizika: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás)</p> <p>Biológia: baktériumok szaporodása</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, racionális kitevőjű hatvány, exponenciális növekedés, csökkenés, logaritmus.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket – egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát; – a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát; – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát 	

Téma	TRIGONOMETRIA	Óraszám 34
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hegyszög szinusza, koszinusza, tangense, <i>kotangens</i> . Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével (Ismétlés)	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése	Fizika: vektormennyiség felbontása adott állású összetevőkre.
Színusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása. A színusztétel és koszinusztétel bizonyítása A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Számítások négyszögekben, sokszögekben. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS
<i>A szögfüggvények definícióinak általánosítása, definíciók (geometriai megjelenítés)</i> <i>Összefüggések a szögfüggvények között</i> <i>Trigonometrikus függvények ábrázolása, jellemzése, transzformációi</i>	<i>Definíciók megjelenítése geogebra program, vagy más hasonló alkalmazás segítségével</i> <i>Trigonometrikus függvények ábrázolása, transzformációi geogebra program, vagy más hasonló alkalmazás segítségével</i>	Fizika: harmonikus rezgőmozgás
<i>Addíciós tételek.</i> <i>Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i>		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	színusz, koszinusz, tangens, színusztétel, koszinusztétel	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a színusz- és a koszinusztételt – kiszámítja háromszögek területét; – ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; – átdarabolással kiszámítja sokszögek területét 	

Téma	KOORDINÁTAGEOMETRIA	Óraszám 36
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A vektor: Vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása. A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása <i>Vektorok skaláris szorzata</i> Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában</p>	<p>Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</p>	<p>Fizika: vonatkoztatási rendszer, hely megadása. Fizika: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>
<p>Vektorok és pontok: Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján <i>Háromszög súlypontja. Szakasz harmadolópontja.</i> <i>Vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái</i> <i>Vektorok skaláris szorzatának és a vektorok hajlásszögének kiszámítása koordináták segítségével</i></p>	<p>„Torpedójáték” koordináta-rendszerben Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján</p>	<p>Informatika: pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek, <i>irányvektorok</i>, <i>normálvektorok</i> alapján Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái <i>Normálvektor definíciója, egyenes normálvektoros egyenlete.</i> <i>Irányvektor definíciója, egyenes irányvektoros egyenlete.</i> <i>Iránytangens, vagy meredekség, irányszög fogalma, kapcsolatuk</i> <i>Az egyenes iránytényező egyenlete</i> <i>Háromszögek nevezetes vonalainak egyenlete</i></p>	<p>Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével</p>	

<p>A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében</p> <p><i>Kör és egyenes metszéspontja(i), két kör metszéspontja(i).</i></p> <p><i>Kör érintőjének felírása a kör adott pontjából, és külső pontból</i></p> <p><i>Háromszögek nevezetes köreinek egyenlete</i></p>	<p>„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p> <p><i>Geogebra használata</i></p>	
<p><i>Parabola fogalma, vezéregyenes, fókuszpont</i></p> <p><i>A parabola egyenletei (tengelyponti, y-tengellyel párhuzamos tengelyű, x-tengellyel párhuzamos tengelyű)</i></p> <p><i>Parabola és egyenes kölcsönös helyzete, adott pontba húzott érintő</i></p>		
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete</p>	
<p>Továbbhaladás feltétele</p>	<ul style="list-style-type: none"> – alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában – koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat – koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal; – ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét; – egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére; – kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében; – megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében; 	

Téma	LEÍRÓ STATISZTIKA	Óraszám 10
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete</p> <p>Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre</p> <p>Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között</p> <p>A Simpson-paradoxon bemutatása példákon</p> <p>Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</p>	<p>Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése</p> <p>Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p>
<p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal</p> <p>Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések</p> <p>Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p> <p>Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén 	

Téma	VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS	Óraszám 30
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Eseményalgebrai fogalmak, műveletek események között</i></p> <p><i>Független események fogalma</i></p> <p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p> <p><i>Geometriai valószínűség fogalma, kiszámítása</i></p> <p><i>Feltételes valószínűség</i></p> <p><i>Valószínűségi változó fogalma, valószínűségi függvény</i></p> <p><i>Várható érték</i></p> <p><i>Nevezetes eloszlások</i></p>	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p>	<p>Fizika: egy részecske bolyongásának leírása többdimenziós euklideszi térben (Brown-mozgás, Wiener-folyamat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; 	

Téma	ÉV VÉGI ISMÉTLÉS ÉS RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS	Óraszám 4

12. ÉVFOLYAM (heti 5 óra)

Téma	HALMAZOK, MATEMATIKAI LOGIKA	Óraszám 12
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül</p> <p>Logikai kifejezések megfelelő használata</p> <p>Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p><i>Műveletek tulajdonságai, tételek és bizonyításuk igazságtáblázattal</i></p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p>	<p>A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével. Rejtvényűságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül</p> <p>Logikai készséget fejlesztő játékok</p> <p>Stratégiai játékok, táblás játékok. Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p> <p>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	logikai műveletek	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; – megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; – tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani 	

Téma	SOROZATOK	Óraszám 26
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalmának ismerete</p> <p>Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval</p> <p>Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint</p> <p>Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p><i>Teljes indukciós bizonyítási módszer</i></p> <p>Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p>A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása</p>	<p>Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat</p> <p>Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével</p> <p>A sakktablóra elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</p>	<p>Biológia: Fibonacci sorozat felírása, pl. napraforgó, virágszirmok száma, fenyőtoboz, ananász</p> <p>Életvitel: Kamatos kamat számítás</p>
<p>Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában</p> <p>Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása</p> <p>Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása</p> <p>Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása</p>	<p>Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével</p>	<p>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</p>
<p><i>Számsorozatok jellemzése: monotonitás, korlátosság</i></p> <p><i>Példák szigorúan monoton és korlátos sorozatokra</i></p> <p><i>Sorozatok torlódási pontja és a határérték szemléletes és pontos fogalma</i></p> <p><i>Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok</i></p> <p><i>Konvergens sorozatok tulajdonságai.</i></p> <p><i>Konvergens sorozatnak egy határértéke van.</i></p> <p><i>Minden konvergens sorozat korlátos.</i></p> <p><i>Monoton és korlátos sorozat konvergens.</i></p> <p><i>Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</i></p> <p><i>Végtelen sor fogalma; Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor.</i></p>	<p>Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.</p> <p>További példák konvergens sorokra.</p> <p>Teleszkópos összegek.</p> <p>Négyzetszámok reciprokainak összege.</p> <p>Példák nem konvergens sorokra.</p> <p>Harmonikus sor.</p> <p>Feltételelesen konvergens sorok.</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet, THM	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; - a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; - a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; - ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; - mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában. 	

Téma	TÉRGEOMETRIA	Óraszám 20
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	Korábbi ismeretek alkalmazása.	Földrajz: különböző adatok ismeretében megfelelő, távolságok, szögek kiszámítása, felszínszámítás
A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben	A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai	Fizika: kapcsolat a tömeg, térfogat, sűrűség mennyiségei között, megfelelő mértékegységek alkalmazása
A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással	Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölddoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel A Louvre bejáratként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). Kémia: kristályok felépítése.
Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása		
A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazás	Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel	Vizuális kultúra: A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak méretarányos ábrázolása, felszínének és térfogatának meghatározása becsléssel, méréssel
Kulcsfogalmak/Fogalmak	kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a tételek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg a választ - ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait - lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját; - kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben; - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket; - ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket 	

Téma		VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén <i>Valószínűségi változó, eloszlásfüggvény, nevezetes eloszlások: diszkrét, binomiális, hipergeometriai, ezek várható értékei</i></p> <p>A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban</p> <p>Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p>		<p>Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeresemény és az igazságosság fogalmának kialakítása</p> <p>Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése</p> <p>Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése</p> <p>Diszkrét, valószínűségi eloszlások ábrázolása hagyományos vagy digitális eszközökkel</p>	<p>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</p> <p>Életvitel: pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét; - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén 		

Téma		FOLYTONOSSÁG, HATÁRÉRTÉK	Óraszám 6
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Előzetes tudás/ismétlés: Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke</p> <p>A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)</p>		<p>Számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására</p>	<p>Informatika: a határérték számítógépes becslése.</p> <p>Fizika: felhasználás $\sin x$, illetve $\tan x$ közelítésére kis szög esetében.</p> <p>Fizika: példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	határérték, folytonosság		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - függvények határértékének megállapítása véges helyen, és végtelenben szemlélet alapján; - Példákat tud hozni folytonos és nem folytonos függvényekre 		

Téma	DIFFERENCIÁLSZÁMÍTÁS	Óraszám 24
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>A differenciálhatóság fogalma.</i></p> <p><i>A különbségi/ differenciáhányados függvény, a differenciáhányados (derivált), a deriváltfüggvény.</i></p> <p><i>Példák differenciálható és nem differenciálható függvényekre is.</i></p> <p><i>Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között.</i></p> <p><i>Alapfüggvények deriváltja:</i></p> <p><i>Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja.</i></p> <p><i>Műveletek differenciálható függvényekkel.</i></p> <p><i>Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Magasabbrendű deriváltak.</i></p> <p><i>Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.)</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <i>Egyszerűbb függvények deriválása</i> <i>A függvény adott helyen lévő érintője egyenletének felírása</i> <i>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.</i> <ul style="list-style-type: none"> <i>Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.</i> <i>Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.</i> <p><i>A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</i></p> <p><i>Középtértéktételek.</i></p> <p><i>Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)</i></p> <p><i>Konvexitás vizsgálata deriválással.</i></p> <p><i>A konvexitás definíciója.</i></p> <p><i>Inflexiós pont.</i></p> <p><i>A második derivált és a konvexitás kapcsolata</i></p> <p><i>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <i>Szélsőérték feladatok</i> 	<p><i>Bevezető feladatok a differenciáhányados fogalmának előkészítésére.</i></p> <p><i>A függvénygörbe érintőjének iránytangense.</i></p> <p><i>A pillanatnyi sebesség meghatározása.</i></p> <p><i>Számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására</i></p> <p><i>Matematikatörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass</i></p>	<p><i>Fizika: az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata.</i></p> <p><i>A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.</i></p> <p><i>Biológia-egészségtan: populáció növekedésének átlagos sebessége.</i></p> <p><i>Fizika: fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</i></p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	<i>Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.</i>	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> <i>ismeri a derivált szemléletes geometriai fogalmát, a függvény és a deriváltfüggvény kapcsolatát</i> <i>egyszerűbb függvények deriválása, adott pontbeli érintő meredekségének felírása</i> 	

Téma	INTEGRÁLSZÁMÍTÁS	Óraszám 16
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Előzetes tudás/ismétlés: Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.</i></p> <p><i>Bevezető feladatok az integrál fogalmához.</i></p> <p><i>Az integrál mint a felső határ függvénye.</i></p> <p><i>Integrálfüggvény.</i></p> <p><i>Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja.</i></p> <p><i>Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között.</i></p> <p><i>A primitív függvény fogalma.</i></p> <p><i>A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>hatványfüggvény, polinomfüggvény,</i> • <i>trigonometrikus függvények,</i> • <i>exponenciális függvény, logaritmusfüggvény.</i> <p><i>A Newton-Leibniz-tétel.</i></p> <p><i>Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel.</i></p> <p><i>Függvény grafikonja alatti terület.</i></p> <p><i>Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása.</i></p> <p><i>Közelítés véges összegekkel.</i></p> <p><i>A határozott integrál fogalma, jelölése.</i></p> <p><i>A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig.</i></p> <p><i>Példa nem integrálható függvényre is.</i></p> <p><i>Negatív függvény határozott integrálja.</i></p> <p><i>A határozott integrál és a terület-előjeles terület.</i></p> <p><i>Az integrál közelítő kiszámítása.</i></p> <p><i>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele.</i></p> <p><i>Korlátos és monoton függvények integrálhatósága.</i></p> <p><i>A határozott integrál tulajdonságai.</i></p> <p><i>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra.</i></p> <p><i>Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.</i></p> <p><i>Forgástest térfogatának meghatározása.</i></p> <p style="padding-left: 40px;"><i>Henger, kúp, csonkakúp, gömb, gömbszelet térfogata.</i></p> <p><i>Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.</i></p>	<p><i>Számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására</i></p> <p><i>A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület.</i></p> <p><i>A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.</i></p> <p><i>Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére.</i></p> <p><i>Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler.</i></p>	<p><i>Informatika: számítógépes szoftver használata.</i></p> <p><i>Fizika: A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség</i></p> <p><i>Fizika: Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága..</i></p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	<p><i>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel.</i></p> <p><i>Felszín, térfogat, forgástestek, csonkakúp, csonkakúp, gömb.</i></p>	

Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - egyszerűbb függvények esetén a görbe alatti terület megállapítása - Példákat tud hozni integrálható függvényekre
--------------------------------	---

Téma	Rendszerező összefoglalás	Óraszám 35
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i></p> <p>Halmazok. Számhalmazok.</p> <p>A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet. A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • kiselőadások, • tesztek • online programok használata • csapatversenyek • feladatlapmegoldás 	
<p><i>Számelmélet, algebra.</i></p> <p>Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele.</p> <p>Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>		

<p><i>Sorozatok, függvények.</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapijainkban. Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>		
<p><i>Geometria.</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordinátageometria. A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>		
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Diagramok ismerete, grafikus manipulációk felismerése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>		