

TANTERV

MATEMATIKA

Nyelvi előkészítő és 9-12. évfolyam
Budakeszi Nagy Sándor József
Gimnázium

TARTALOM

BEVEZETÉS	4
Alapelvek, célok	4
Fejlesztési feladatok, követelmények	5
Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása A matematikai szemlélet fejlesztése	5
Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban	5
Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása	6
Helyes tanulási szokások fejlesztése, a matematikatanulás szokásainak, képességének kialakítása	6
Az előkészítő év célja	6
Taneszközök	6
NYELVI ELŐKÉSZÍTŐ. ÉVFOLYAM	7
Gondolkodási módszerek (4 óra)	7
Számтан, algebra (13 óra)	7
Függvények, sorozatok (4 óra)	8
Geometria (10 óra)	8
Valószínűség, statisztika (4 óra)	13
Év végi ismétlés és rendszerező összefoglalás (2 óra)	9
Követelmények, értékelési javaslatok	9
Értékelési javaslatok	10
9. ÉVFOLYAM	11
Gondolkodási módszerek (6 óra)	11
Számтан, algebra (39 óra)	11
Függvények, sorozatok (16 óra)	12
Geometria (39 óra)	12
Valószínűség, statisztika (5 óra)	13
Év végi ismétlés és rendszerező összefoglalás (6 óra)	13
Követelmények, értékelési javaslatok	14
Értékelési javaslatok	14
10. ÉVFOLYAM	15
Gondolkodási módszerek (6 óra)	15
Számtan, algebra (40 óra)	15
Függvények, sorozatok (12 óra)	15

Geometria (39 óra)	16
Valószínűség, statisztika (8 óra)	16
Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás (6 óra)	16
Követelmények, értékelési javaslatok	16
Értékelési javaslatok	18
11. ÉVFOLYAM	19
Gondolkodási módszerek (10 óra)	19
Számтан, algebra (31 óra)	19
Függvények, sorozatok (14 óra)	19
Geometria, mérés (40 óra)	20
Valószínűség, statisztika (10 óra)	20
Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás (6 óra)	21
Követelmények, értékelési javaslatok	21
Értékelési javaslatok	22
12. ÉVFOLYAM	23
Gondolkodási módszerek (17 óra)	23
Számтан, algebra (26 óra)	23
Függvények, sorozatok (27 óra)	24
Geometria, mérés (47 óra)	24
Valószínűség, statisztika (13 óra)	25
Felkészülés az érettségire (14 óra)	25
Követelmények, értékelési javaslatok	25
Értékelési javaslatok	26

Bevezetés

Jelen tanterv a NAT -ban leírt célok és fejlesztési követelmények, valamint a kétszintű érettségi követelményei alapján készült, és mind tartalmában, mind fejlesztési feladataiban és követelményeiben támaszkodik a 2014. április 29-én megjelent EMMI rendelet 4. melléklete alapján, átdolgozott matematika Kerettantervre. A tananyag témakörökre történő felosztásánál az érettségi követelmények felosztását követtük, így az öt témakör: **Gondolkodási módszerek; Számtan. algebra; Függvények, sorozatok; Geometria; Valószínűségszámítás, statisztika.**

Az alábbi táblázat az egyes témakörökre felhasználható óraszámokat tartalmazza.

	9.NY*	9. évfolyam	10. évfolyam	11. évfolyam	12. évfolyam
Gondolkodási módszerek	4	6	6	10	12
Számtan, algebra	13	38	40	31	17
Függvények, sorozatok	4	15	12	14	26
Geometria	10	39	39	40	30
Valószínűség, statisztika	4	5	8	10	5
Év végi ismétlés	2	6	6	6	9
Összesen	37	111	111	111	99

*nyelvi előkészítő évfolyam

Alapelvek, célok

A matematikatanítás célja, feladata a tanulók önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. Mindezt az a folyamat biztosítja, amelynek során fokozatosan kiépítjük a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása), és a tanultakat változatos területeken alkalmazzuk. A problémák felvetése tegye indokolttá a tanulók számára a pontos fogalomalkotást. Ezek a folyamatok váljanak a tanulók belső, felfedező tanulási tevékenységének részévé.

Mindez fejleszti a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. A célszerű, új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, a problémahelyzetek önálló, megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását.

A matematikai nevelés sokoldalú eszközökkel fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, kialakítja a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét, megmutatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, szakközépiskolákban a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. A lehetőségekhez igazodva támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor, Internet stb.) célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat.

Fontos, hogy a tanulók képessé váljanak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. Ebben a törekvésben fontos terület a matematika alkalmazásának, eszköz jellegének sokoldalú bemutatása, és a tanításban való érvényesítése.

Az általános iskolai tanításhoz képest egyre inkább hangsúlyt kap a tárgy deduktív jellege, de továbbra sem nélkülözhető a szemléletre és tevékenységre épülő feldolgozás sem.

A tanulók váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére.

Fejlesztési feladatok, követelmények

Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása

A matematikai szemlélet fejlesztése

A középiskolai tanulmányok során a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmak megerősítésére, bizonyos fogalmak definiálására, általánosítására kerül sor. A különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejleszti a tanulók matematizáló tevékenységét.

Az időszak végére szükség van a valós számkör biztos ismeretére, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása. Műveleteket az algebrai kifejezések és a vektorok körében is értelmezünk és használunk.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

A geometriai ismeretek bővülése, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása fejleszti a dinamikus geometriai szemléletet. A trigonometriai számítások a gyakorlat szempontjából fontosak (távolságok, szögek meghatározása számítás útján). A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg. A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...” az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat. Aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban.

A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a logikus gondolkodást is fejleszti.

Hasznos az élet és a különböző tudományok megértéséhez (a társadalomtudományokéhoz is) a gyakorlatban fontos témák megismerése, pl. a geometriai számítások, a leíró statisztika és valószínűség számítás elemeinek alkalmazása. Ez megmutatja a tanulók számára a matematika használhatóságát. El kell érniük, hogy az érettségi előtt állók e területen bizonyos gyakorlottságra tegyenek szert.

Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása

A 9–12. évfolyam matematikatanításában az induktív módszer mellett nagyobb szerepet kapnak a deduktív következtetések is. A tanítandó anyagban sejtéseket fogalmazzunk (fogalmaztatunk) meg, melyek néhány lépésben bizonyíthatók vagy megcáfolhatók. Tanításunkban fontos a bizonyítás iránti igény felkeltése. Sor kerül néhány egyszerű tétel bizonyítására, bizonyítási módszerek megismerésére, valamint a fogalmak, szabályok pontos megfogalmazására. A matematikatanításban alapvetően fontos az absztrakciós képesség fejlesztése.

Az érettségi előtti rendszerező összefoglaláskor a matematika komplexitását mutatja meg az elemi halmozelméleti és logikai ismeretek alkalmazása különböző témakörökben, valamint egyszerű modellek (pl. gráfok) szerepeltetése.

A logikus gondolkodás a problémamegoldásban, az algoritmikus eljárások során és az alkalmazásokban egyaránt lényeges. A matematika különböző területein néhány lépéses algoritmus készítése az informatika tanulmányozásához is fontos.

Természetesen ezen időszakban is elengedhetetlen a szemléltető ábrák és egyéb eszközök alkalmazása nemcsak a geometriában (trigonometriában), hanem a kombinatorikában és a statisztikában is. Az adatosságok különböző jellemzési lehetőségeinek megismertetésével ezen a téren is fejlesztjük az alkalmazásképes tudást.

Helyes tanulási szokások fejlesztése, a matematikatanulás szokásainak, képességének kialakítása

A gyakorlati számítások során alkalmazott újabb ismeretek egyre fontosabbá teszik az elektronikus eszközök célszerű használatát.

A közelítő értékekkel való számoláshoz különösen elengedhetetlen a becslés, a kerekítés, az ellenőrzés különböző módjainak alkalmazása, az eredmény realitásának eldöntése.

A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

A helyes érvelésre szoktatással sokat tehet (és tesz is) a matematikatanítás a kommunikációs készség fejlesztéséért.

Fontos elérnünk, hogy a tanulók meg tudják különböztetni a definíciót, a sejtést és a tételt. Matematika-tudásról akkor beszélhetünk, ha a definíciókat, tételeket alkalmazni is tudja a tanuló.

Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a matematika a kultúrtörténet része. Komoly motiváció lehet tanításunkban a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok élete, munkássága. Ehhez segítséget ad a könyvtár és az Internet használata is.

Az előkészítő év céljai szaktárgyunk szempontjából

A programba bekapcsolódó tanulók elvégezték az általános iskola 8 osztályát, de nagyon különböző tudással. A program elvei alapján az előkészítő év végére a tanulóknak alkalmassá kell válniuk a középiskolai tanulmányok minőségi elsajátítására. Tehát az általános iskolai matematika tananyag újratanítása helyett a képességfejlesztésen van a hangsúly, de az ismeretek szintjének körültekintő felmérése után alapos, tematikus ismétlésre is szükség lehet. Erre iskolánk pedagógiai programja szerint a 9. évfolyamon hátránykompenzációs, felzárkóztató órákon van lehetőség.

A felhasználható taneszköz segédletek

a nyelvi előkészítő osztályban:

- Kosztolányi-Mike-Palánkainé-Szederkényiné-Vincze: Matematika összefoglaló feladatgyűjtemény 10-14 éveseknek MOZAIK Oktatási Stúdió (MS-2204T)
- Matematika a nyelvi előkészítő évfolyam számára (Borbás Lászlóné)
- Négyjegyű függvénytáblázatok

9.-12. évfolyamon:

- MOZAIK kiadó: Sokszínű matematika 9-12 tankönyv és feladatgyűjtemény
- Négyjegyű függvénytáblázatok
- Zsebszámológép

NYELVI ELŐKÉSZÍTŐ OSZTÁLY

Évi óraszám: 37

Gondolkodási módszerek (4 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A megismert számhalmazok (természetes számok, egész számok, racionális számok, valós számok), ponthalmazok áttekintése, véges és végtelen halmazok Tájékozódás a számegegyenesen. Konkrét példák halmazokra. A bizonyítás fogalmának körüljárása több előfordult példa alapján. Szemléletes indoklás, bizonyítás fokozatos megkülönböztetése. "és", "vagy", "ha... akkor" kifejezések jelentése.	A szemléletes fogalmak definiálása, tudatosítása. A matematikai nyelv elemeinek célszerű használata a fokozatosság elve alapján. Konkrét halmazokkal kapcsolatban a halmazműveletek elvégzése, a halmazszemlélet fejlesztése.
A részhalmaz, kiegészítő halmaz, unió, metszet szemléletes fogalma a konkrét példákhoz kapcsolódóan (számhalmazok, ponthalmazok). Egyszerű feladatok a logikai szita-formulára.	
Kombinatorikai feladatok, az összes eset áttekintése. . "és", "vagy", "ha... akkor" kifejezések jelentése.	Módszer keresése az összes eset áttekintéséhez. Szemléletes indoklás, bizonyítás fokozatos megkülönböztetése

Számтан, algebra (13 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Racionális számok körében végzett alpműveletek A hatványozás értelmezése egész kitevőre, a hatványozás fogalma, azonosságainak alkalmazása feladatokban; számok abszolút értéke, normál alakja.	A racionális számokkal való biztos számolás, a műveletek tudatos alkalmazása., a számok nagyságrendjének tudása.
Arány, aránypár, egyenes arányosság, fordított arányosság fogalma, a százalékszámítás fogalmai, alap, százalékláb, százalék; ezek használata feladatmegoldásokban	Műveletek végzése számokkal és algebrai kifejezésekkel, a szaknyelv használata.
Az algebrai kifejezés fogalma, algebrai egész kifejezések összevonása, többtagúak szorzása Nevezetes azonosságok, $(a+b)^2$, a^2-b^2 szorzat alakja, ezek alkalmazása egyszerű algebrai kifejezésekben	A matematika nyelvének (célszerű jelölések, gondolati sorrend megjelenítése írásban) fokozatos megközelítése, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. Kombinatív készség fejlesztése.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekben. A lineáris egyenletek megoldásának áttekintése. Egyenletek megoldása mérlegelvével, Gyakorlati, mindennapi életbeli problémák megoldása egyenletekkel. szöveges feladatok, százalékszámítás,	Algoritmikus gondolkodás és a gyakorlati problémák modellezése, értő szövegolvasás.
oszthatósági feladatok (számolás maradékokkal, oszthatósági szabályok: 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 9-cel való oszthatóság), a prímszámok fogalma Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Példa számrendszerekre.	A matematika iránti érdeklődés erősítése az elemi számelmélet alapvető problémáival és matematika-történeti vonatkozásaival. Induktív gondolkodás fejlesztése (próbálgatás, általánosítás).

Függvények, sorozatok (4 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
----------	--------------------------------------

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A függvény fogalma, megadása, elemi tulajdonságai; a lineáris függvény, abszolút-érték függvény, másodfokú függvény ábrázolása, a fordított arány, az $1/x$ függvény. A vizsgált függvények elemi tulajdonságai: értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőértékek ismerete	A függvény szemlélet fejlesztése: a hozzárendelések szabályként való értelmezése. A megfelelő modell megkeresése.
Egyszerű gyakorlati példák a tanult függvényekre	Célszerű eszközhasználat.

Geometria (10 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Geometriai fogalmak, háromszögekkel, négyszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek rendszerezése.	Tájékozottság a megismert síkidomok tulajdonságaiban.
Nevezetes ponthalmazok a síkban és a térben. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai, beírt köre, körülírt köre.	Sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, bizonyítási igény kialakítása.
Thalész tétele, néhány alkalmazása, a kör és érintői	
A geometriai transzformáció fogalma, példák geometriai transzformációkra a síkban és térben. A tengelyes és középpontos tükrözés, ezek tulajdonságai, néhány alkalmazása (tengelyes és középpontos szimmetria). Az egybevágóság mint reláció; alakzatok egybevágósága; háromszögek egybevágóságának alapesetei.	A transzformációk, mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresése.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Síkbeli tájékozódás, tervezés, a konstrukciós, analízis képesség és a diskussziós igény kialakítása, sokoldalú szemléltetés,

Valószínűség, statisztika (4 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram stb.), számtani közép fogalma	A statisztikai adatok helyes értelmezése. A hétköznapi életben megjelenő statisztikai adatok elemzése.
Tapasztalatszerzés a véletlen jelenségekről és azok matematikai leírás lehetőségéről.	A tanulók rendszerező képességének fejlesztése elemek sorba rendezése kapcsán
Különböző tárgyak összes lehetséges sorrendjének módszeres összeszámlálása. Változatos konkrét példák.	
Magyar matematikusok a XX. században	Matematikatörténeti érdekességek megismerése

Év végi ismétlés és rendszerező összefoglalás (2 óra)

Követelmények, értékelési javaslatok

Gondolkodási módszerek

- Halmazok megadása különböző módokon. A következő fogalmak ismerete és alkalmazása: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz. Az alapvető halmazműveletek (egyesítés, metszet, különbség) ismerete és alkalmazása. Egyszerű, szemléletesen megoldható számolási feladatok a logikai szita formulára.
- Egyszerű ponthalmazok ábrázolása a koordináta-rendszerben.
- Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása.

Számtan, algebra

- Tájékozottság a racionális számkörben: alpműveletek biztonságos elvégzése, műveleti azonosságok alkalmazása. Példa irracionális számra, az irracionális szám fogalmának ismerete. Számok ábrázolása a számegyenesen. Az abszolútérték fogalmának ismerete, alkalmazása.
- Az oszthatósági alapfogalmak (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám) ismerete és alkalmazása. Természetes számok prímtényezőkre bontása, adott számok legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének meghatározása. Speciális (2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 9-cel való oszthatóság) oszthatósági szabályok ismerete, alkalmazása. Példa nem 10-es alapú számrendszerre; átírás 2-es alapú számrendszerbe és viszont.
- A hatványozás értelmezése egész kitevőre. A hatványozás azonosságainak ismerete, alkalmazása pozitív egész kitevőre. Számok normál alakjának ismerete, alkalmazása konkrét feladatokban.
- Betűk használata. Nevezetes azonosságok ismerete, alkalmazása. Egyszerű műveletek (összevonás, szorzás, szorzattá alakítás) algebrai egész kifejezésekkel.
- Egyenletekkel, egyenlőtlenségekkel kapcsolatos alapvető fogalmak ismerete. Lineáris egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel. Gyakorlati, szöveges problémák megoldása egyenlettel.. Százalékszámítás alkalmazása a gyakorlatban.

Függvények, sorozatok

- A függvény fogalmának, és a függvényekkel kapcsolatos fogalmaknak (értelmezési tartomány, értékészlet, képhalmaz) az ismerete. Az alapfüggvények tulajdonságainak ismerete, leolvasása grafiknról, alkalmazása. Képlettel megadott egyszerű függvények ábrázolása értéktáblázattal A függvény mint modell alkalmazása egyszerű problémákban.

Geometria

- Alapszerkesztések ismerete, végrehajtásának képessége.
- Speciális háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságainak rendszerezett ismerete. Sokszögek belső szögeinek összege, szabályos sokszögek egy belső szöge.
- Síkbeli nevezetes ponthalmazok ismerete. A háromszög nevezetes vonalai, beírt és körülírt köre.
- A körrel kapcsolatos fogalmak és az érintő tulajdonságának ismerete és alkalmazása. Thalész tételének ismerete, alkalmazása különböző szerkesztési, számolási feladatokban.
- A síkbeli egybevágósági transzformációk leírásának és tulajdonságainak ismerete, alkalmazása szerkesztési, és számolási feladatokban.
- A tengelyes, középpontos és forgásszimmetria felismerése egyszerű esetekben. Tengelyesen és középpontosan szimmetrikus speciális síkidomok (pl. paralelogramma, szimmetrikus trapéz) tulajdonságainak ismerete, alkalmazása egyszerű problémák megoldására.
- Az egybevágóság mint reláció ismerete. A háromszögek egybevágósági alapeseteinek alkalmazása egyszerű számítási és bizonyítási feladatokban.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok ábrázolásának, szemléltetésének különböző módjai (kördiagram, oszlopdiagram, stb.). Következtetések megállapítása különböző diagramok alapján.

Értékelési javaslatok

- Differenciált feladatmegoldás szóban, írásban.
- Számolás a racionális számkörben.
- Egyszerű egyenletre vezető szöveges problémák megoldása.
- Grafikonok, táblázatok, diagramok vizsgálata; egyszerű, alapfüggvények ábrázolása.
- Szemléltető és szerkesztett ábrák készítése geometriai alakzatokról; tulajdonságok megállapítása

9. ÉVFOLYAM

Évi óraszám: 111

Gondolkodási módszerek (6 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A megismert számhalmazok (természetes számok, egész számok, racionális számok, valós számok), ponthalmazok áttekintése, véges és végtelen halmazok, az intervallum fogalma (nyitott, zárt). Tájékozódás a számegyenesen.	A szemléletes fogalmak definiálása, tudatosítása.
Halmazműveletek: unió, metszet, részhalmaz képzés, két halmaz különbsége. Alaphalmaz, üres halmaz fogalma. Egyszerű azonosságok szemléletes bizonyítása (Venn-diagram). Egyszerű feladatok a logikai szitaformulára.	
Kombinatorikai feladatok, az összes eset áttekintése.	Módszer keresése az összes eset áttekintéséhez.
Az „akkor és csak akkor” használata (folyamatos) Tétel és megfordítása (folyamatos).	A szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése.

Számтан, algebra (39 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Betűk használata a matematikában, műveletek betűs kifejezésekkel. Egytagú, többtagú kifejezések; kifejezések fokszáma. A hatványozás értelmezése 0 és negatív egész kitevőre, a hatványozás azonosságai; számok abszolút értéke, normál alakja.	A fogalom célszerű kiterjesztése, a számok nagyságrendjének tudása.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás; $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$ szorzat alakja, $(a \pm b)^3$, $a^3 \pm b^3$ szorzat alakja. Szorzattá alakítás módszerei: kiemelés, csoportosítás, nevezetes azonosságok alkalmazása.	Kombinatív készség fejlesztése.
Ezen azonosságok alkalmazása egyszerű algebrai törtekkel végzett műveleteknél. (Egyszerűsítés, szorzás, osztás, összevonás.)	Műveletek végzése számokkal és algebrai kifejezésekkel, a szaknyelv használata.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekben. A lineáris egyenletek megoldásának áttekintése. Egyenletek megoldása mérlegelvvel, szorzattá alakítással, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálatával. Paraméteres egyenletek. Gyakorlati, mindennapi életbeli problémák megoldása egyenletekkel.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere, grafikus módszer). Egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok, százalékszámítás, kamatszámítás, példák többismeretlenes egyenletrendszerre.	Algoritmikus gondolkodás és a gyakorlati problémák modellezése, értő szövegolvasás.
Abszolútértékes egyenletek.	A rendszerező-képesség fejlesztése.

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Relatív prímekek, oszthatósági feladatok (számolás maradékokkal, oszthatósági szabályok: 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 9-cel való oszthatóság), a prímszámok száma. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Példa számrendszerekre.	A matematika iránti érdeklődés erősítése az elemi számelmélet alapvető problémáival és matematika-történeti vonatkozásaival. Induktív gondolkodás fejlesztése (próbálgatás, általánosítás).

Függvények, sorozatok (16 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A függvény fogalma, elemi tulajdonságai; a lineáris függvény, abszolútérték függvény, másodfokú függvény, a négyzetgyök függvény, gyakorlati példák további függvényekre (egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény), a fordított arány, $x \mapsto \frac{a}{x}$. A vizsgált függvények elemi tulajdonságai: értékkészlet, zérushely, monotonitás, korlátosság, szélsőértékek.	A függvény szemlélet fejlesztése: a hozzárendelések szabályként való értelmezése. A megfelelő modell megkeresése.
Függvénytranszformációk. Egyszerű példák változó és értéktranszformációkra (eltolás az x illetve y tengely mentén).	Célszerű eszközhasználat.
Kétismeretlenes egyenletrendszer grafikus megoldása.	

Geometria (39 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Geometriai alapfogalmak (pontok, egyenesek és síkok kölcsönös helyzete), háromszögekkel, négyszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek kiegészítése, rendszerezése.	Tájékozottság a megismert síkidomok tulajdonságaiban.
Nevezetes pontthalmazok a síkban és a térben. A háromszög nevezetes vonalai, beírt köre, körülírt köre.	Sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, bizonyítási igény kialakítása.
Thalész tétele, néhány alkalmazása, a kör és érintői, érintősokszög fogalma.	
A geometriai transzformáció fogalma, példák geometriai transzformációkra. A tengelyes és középpontos tükrözés, ezek tulajdonságai, néhány alkalmazása (tengelyes és középpontos szimmetria; a paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala, a háromszög súlypontja). Az eltolás áttekintése, rendszerezése, a vektor fogalma. Példa további egybevágósági transzformációra (pont körüli elforgatás, forgásszimmetria). Az egybevágóság mint reláció; alakzatok egybevágósága; háromszögek egybevágóságának alapesetei.	A transzformációk, mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresése.

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A forgásszög fogalma, ívmérték, a kör középponti szöge, körív hossza, körcikk kerülete, területe. Egyszerű szerkesztési feladatok.	Síkbeli tájékozódás, tervezés, a konstrukciós, analízis képesség és a diskussziós igény kialakítása, sokoldalú szemléltetés, szerkesztőprogramok megismerése.

Valószínűség, statisztika (5 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (kördiagram, oszlopdiagram stb.), számtani közép, medián, módusz; adatok szóródásának mérése.	A statisztikai adatok helyes értelmezése. A hétköznapi életben megjelenő statisztikai adatok elemzése.

Év végi ismétlés és rendszerező összefoglalás (6 óra)

Követelmények, értékelési javaslatok

Gondolkodási módszerek

- Halmazok megadása különböző módokon. A következő fogalmak ismerete és alkalmazása: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz. Az alapvető halmazműveletek (egyesítés, metszet, különbség) ismerete és alkalmazása. Egyszerű, szemléletesen megoldható számolási feladatok a logikai szita formulára.
- Egyszerű ponthalmazok ábrázolása a koordináta-rendszerben.
- Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása.

Számтан, algebra

- Tájékozottság a racionális számkörben: alpműveletek biztonságos elvégzése, műveleti azonosságok alkalmazása. Példa irracionális számra, az irracionális szám fogalmának ismerete. A valós számkör felépítésének ismerete. Számok ábrázolása a számegyenesen. Az abszolútérték fogalmának ismerete, alkalmazása.
- Az oszthatósági alapfogalmak (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám, relatív príme) ismerete és alkalmazása. Természetes számok prímtényezőkre bontása, adott számok legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének meghatározása. Speciális (2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 9-cel való oszthatóság) oszthatósági szabályok ismerete, alkalmazása. Példa nem 10-es alapú számrendszerre; átírás 2-es alapú számrendszerbe és viszont.
- A hatványozás értelmezése egész kitevőre (definíciók ismerete, alkalmazása). A hatványozás azonosságainak ismerete, alkalmazása. Számok normál alakjának ismerete, alkalmazása konkrét feladatokban.
- Polinom fogalma, fokszáma, rendezett alakja. Nevezetes azonosságok ismerete, alkalmazása. Egyszerű műveletek (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás) algebrai egész kifejezésekkel. A négy alpművelet egyszerű algebrai törtekkel.
- Egyenletekkel, egyenlőtlenségekkel kapcsolatos alapvető fogalmak ismerete. Lineáris egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel. Gyakorlati, szöveges problémák megoldása egyenlettel. Elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszerek megoldása különböző módszerekkel, alkalmazásuk szöveges problémák megoldására. Százalékszámítás alkalmazása a gyakorlatban. Egyszerű abszolútértékes egyenletek megoldása.

Függvények, sorozatok

- A függvény fogalmának, és a függvényekkel kapcsolatos fogalmaknak (értelmezési tartomány, értékészlet, képhalmaz) az ismerete. Az alapfüggvények tulajdonságainak ismerete, leolvasása grafikonról, alkalmazása. Képlettel megadott egyszerű függvények ábrázolása értéktáblázattal és transzformációval (egyszerű, egy lépéses érték transzformációk, illetve változó transzformációk). A függvény mint modell alkalmazása egyszerű problémákban.

Geometria

- Geometriai alapfogalmak ismerete, térelemek kölcsönös helyzete. Alapszerkesztések ismerete, végrehajtásának képessége.
- Speciális háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságainak rendszerezett ismerete. Sokszögek belső szögeinek összege, szabályos sokszögek egy belső szöge.
- Síkbeli és térbeli nevezetes ponthalmazok ismerete. A háromszög nevezetes vonalai, beírt és körülírt köre. A kapcsolódó tételek ismerete, alkalmazása.
- A körrel kapcsolatos fogalmak és az érintő tulajdonságának ismerete és alkalmazása. Szögek ívmértéke, körív hossza, körcikk területe. Érintőnégszög fogalmának, az érintőnégszögek tételének ismerete és alkalmazása egyszerű feladatokban.
- Thalész tételének ismerete, alkalmazása különböző szerkesztési, számolási és bizonyítási feladatokban.
- A síkbeli egybevágósági transzformációk leírásának és tulajdonságainak ismeret, alkalmazása szerkesztési, bizonyítási és számolási feladatokban.
- A tengelyes, középpontos és forgásszimmetria fogalmának ismerete, alkalmazása egyszerű esetekben. Tengelyesen és középpontosan szimmetrikus speciális síkidomok (pl. paralelogramma, szimmetrikus trapéz) tulajdonságainak ismerete, alkalmazása egyszerű problémák megoldására.
- A vektor fogalma. Vektor abszolútértéke, nullvektor, ellentett vektor. Vektorok összeadása és kivonása. Vektorok alkalmazása egyszerű szerkesztési feladatokban.
- Az egybevágóság mint reláció fogalmának ismerete. A háromszögek egybevágósági alapeseteinek alkalmazása egyszerű számítási és bizonyítási feladatokban.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok ábrázolása, szemléltetése különböző módokon (kördiagram, oszlopdiagram, stb.). Következtetések megállapítása különböző diagramok alapján.
- Számsokaság számtani közepének, mediánjának, móduszának ismerete, meghatározása.

Értékelési javaslatok

- Differenciált feladatmegoldás szóban, írásban.
- Számolás a racionális számkörben, polinomokkal, algebrai törtekkel.
- Egyszerű egyenletre vezető szöveges problémák megoldása; modellalkotás.
- Grafikonok, táblázatok, diagramok vizsgálata; ismert függvények ábrázolása.
- Szemléltető és szerkesztett ábrák készítése geometriai alakzatokról; tulajdonságok megállapítása, következtetések, bizonyítások.
- Definíció, tétel, bizonyítás fogalma; egyszerű bizonyítások szóban és írásban.

10. ÉVFOLYAM

Évi óraszám: 111

Gondolkodási módszerek (6 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Tétel és megfordítása. (folyamatos) Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv konkrét példákon keresztül).	A köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetése. A bizonyítási igény további fejlesztése.
Változatos kombinatorikai feladatok a hétköznapi életből.	

Számтан, algebra (40 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A valós szám szemléletes fogalma, kapcsolata a számegyenessel, a valós számok tizedes tört alakja. Kapcsolat a racionális számok (közönséges) tört és tizedes tört alakja között. Példák irracionális számokra ($\sqrt{2}$, szakaszok összemérhetetlensége).	A permanencia elve a számfogalom bővítésében.
A négyzetgyökvonás azonosságai. Gyökjel alól kihozatal, gyökjel alá bevétel, törtek nevezőjének gyökletelezése. Az n -edik gyök fogalma, azonosságai.	
A másodfokú egyenlet megoldása (teljes négyzetté kiegészítés), a megoldóképlet (a megoldhatóság vizsgálata, a diszkrimináns szerepe), gyöktényező alak, gyökök és együtthatók összefüggése. A másodfokú egyenlet és a másodfokú függvény kapcsolata. Paraméteres másodfokú egyenletek. Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Egyszerű szélsőérték-feladatok megoldása.	A megoldás keresése többféle úton, tanulói felfedezések, önálló eljárások keresése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.
Másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatok.	A matematika eszközként való felhasználása gyakorlati és természettudományos problémák megoldásában.
Ekvivalens és nem ekvivalens lépések egyenletek átalakításánál, egyszerű négyzetgyökös egyenletek. Az értelmezési tartomány és az értékkészlet vizsgálata.	Diszkussziós igény az algebrai feladatoknál.
Másodfokú egyenlőtlenség megoldása. A megoldások ábrázolása számegyenesen.	Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a problémamegoldásban.

Függvények, sorozatok (12 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A szögfüggvényfogalom kiterjesztése, a forgásszög szögfüggvényeinek értelmezése, összefüggések a szögfüggvényei között ($\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, pótszögek szögfüggvényei közötti kapcsolat, kiegészítő szögek szögfüggvényei közötti kapcsolat, szögek ellentettjének szögfüggvényei). A trigonometrikus függvények tulajdonságai (értelmezési tartomány, monotonitás, zérushelyek, szélsőértékek, periodicitás, értékkészlet), a függvények ábrázolása. Egyszerű trigonometrikus egyenletek meg-	Új függvénytulajdonságok megismerése, függvénytranszformációk további alkalmazása. A négyjegyű függvénytáblázatok és matematikai összefüggések célszerű használata.

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
oldása.	

Geometria (39 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
<p>A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húr-négyszög fogalma, húr-négyszögek tétele.</p> <p>Párhuzamos szelők és szelőszakaszok tétele. A szögfelezőtétel.</p> <p>A középpontos hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai.</p> <p>A hasonlósági transzformáció fogalma, síkidomok hasonlósága.</p>	<p>A transzformációs szemlélet fejlesztése.</p>
<p>A háromszögek hasonlóságának alapesetei.</p> <p>A hasonlóság alkalmazásai: háromszög súlyvonalai, súlypontja, arányossági tételek a derékszögű háromszögben (befogótétel, magasságtétel), körhöz húzott érintő és szelőszakaszok tétele.</p> <p>Hasonló síkidomok területének aránya, hasonló testek térfogatának aránya.</p> <p>Pitagorasz tételének alkalmazása. Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, szögfüggvények alkalmazása derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására, gyakorlati feladatok.</p> <p>Síkbeli és térbeli számítások (pl. háromszögek, négyszögek, sokszögek területének meghatározása szögfüggvények segítségével). Nevezetes szögek szögfüggvényértékeinek kiszámítása.</p>	<p>Kreatív problémamegoldás.</p> <p>Geometriai ismeretek alkalmazása, biztos számolási készség, zsebszámológép célszerű használata.</p>
<p>A vektorok összege, szorzása számmal, vektor felbontása különböző irányú összetevőkre a síkban.</p> <p>Vektorok a koordináta-rendszerben.</p>	<p>A vektorok további alkalmazása.</p>

Valószínűség, statisztika (8 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
<p>További valószínűségi kísérletek, a valószínűség becslése, kiszámítása egyszerű esetekben.</p> <p>A valószínűség szemléletes fogalma (esemény, lehetetlen esemény, biztos esemény, komplementer esemény fogalma, valószínűsége). A valószínűség kiszámítása konkrét esetekben.</p>	<p>A valós helyzetek értelmezése, megértése és értékelése.</p>

Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás (6 óra)

Követelmények, értékelési javaslatok

Gondolkodási módszerek

- A csak kimondott, illetve be is bizonyított összefüggések megkülönböztetése.

- Konkrét példák indirekt bizonyításra. Példák a skatulya-elv alkalmazására. A két bizonyítási módszer ismerete.
- Egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása.

Számтан, algebra

- Tájékozottság a valós számok halmazán, a racionális és irracionális számok tizedes tört alakja. Nevezetes irracionális számok ismerete.
- A négyzetgyök fogalmának és azonosságainak ismerete, alkalmazása egyszerű esetekben. Számolás négyzetgyökös kifejezésekkel. Egyszerű négyzetgyökös egyenletek megoldása, az átalakítások ekvivalenciájának vizsgálata.
- Másodfokú egyenletek megoldása teljes négyzetté kiegészítéssel és megoldóképlet segítségével; a megoldhatóság vizsgálata. A diszkrimináns fogalmának ismerete. A gyöktényező alak alkalmazása konkrét feladatokban. Másodfokú egyenletre vezető szöveges, gyakorlati problémák megoldása. Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása. Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség-rendszerek megoldása, a megoldások szemléltetése számegegyenesen. Másodfokú függvényre vezető egyszerű szélsőérték-feladatok megoldása.
- Két pozitív szám számtani és mértani közepének ismerete, a közöttük levő kapcsolat ismerete és alkalmazása egyszerű szélsőérték-feladatok megoldására.

Függvények, sorozatok

- A szögfüggvények definíciójának ismerete hegyesszögre és tetszőleges forgásszögre. Szögfüggvényekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete, és alkalmazása egyszerű feladatokban.
- Az $x \mapsto \sin x$, $x \mapsto \cos x$, $x \mapsto \operatorname{tg} x$, $x \mapsto \operatorname{ctg} x$ trigonometrikus függvények ábrázolása, tulajdonságaik ismerete és alkalmazása egyszerű trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása során.

Geometria

- Kerületi és középponti szög fogalmának ismerete. A kerületi és középponti szögek, valamint a kerületi szögek tételének ismerete, alkalmazása.
- A hűrnégyszög fogalmának és a hűrnégyszögek tételének ismerete, alkalmazása.
- A párhuzamos szelők és szelőszakaszok tételének ismerete, alkalmazása. Szakasz adott arányú felosztása.
- A középpontos hasonlósági transzformáció fogalma, tulajdonságai; alkalmazások egyszerű gyakorlati feladatokban. A hasonlósági transzformáció fogalma. A hasonlóság mint reláció fogalma. A háromszögek hasonlósági alapeseteinek ismerete, és alkalmazása egyszerű bizonyítási és számolási feladatokban.
- Hasonló síkidomok területének, hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete, alkalmazása.
- A szögfelezőtétel, a magasságtétel, a befogótétel és a körhöz külső pontból húzott érintő és szelőszakaszok tételének ismerete, alkalmazása egyszerű számolási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése a derékszögű háromszögek hasonlósága alapján. Nevezetes szögek szögfüggvényértékeinek ismerete. A szögfüggvények alkalmazása gyakorlati jellegű síkbeli és térbeli számítási feladatokban.
- Vektorok összege, különbsége, szorzása számmal. Vektorok lineáris kombinációjának fogalma. Vektorok felírása a koordináta-rendszerben; vektorok koordinátái, helyvektor fogalma. Vektorok alkalmazása egyszerű geometriai bizonyítási feladatokban.

Valószínűség, statisztika

- A valószínűségi kísérlet, a gyakoriság, a relatív gyakoriság és az esemény fogalma. Események összegének és szorzatának fogalma, tulajdonságai.
- A valószínűség fogalmának ismerete. A klasszikus valószínűségi modell ismerete, és annak alapján megoldható egyszerű gyakorlati problémák megoldása.

Értékelési javaslatok

- Differenciált feladatmegoldás szóban, írásban.
- Problémamegoldás lépéseinek lejegyzése, tudatosítása, indoklása.
- Geometriai számolási, szerkesztési, bizonyítási feladatok megoldásának tervezése, lejegyzése, végrehajtása.
- Első- vagy másodfokú egyenletre vezető gyakorlati, mindennapi példák megoldása.
- Szögfüggvények alkalmazása gyakorlati számolási feladatokban.
- Speciális függvények ábrázolása, vizsgálata.
- Hasonló alakzatok vizsgálata a mindennapi életből vett példák alapján.
- Valószínűségi kísérletek végrehajtása, értékelése, a megfelelő valószínűségi modell megalkotása. A modell alkalmazása.

12

11. ÉVFOLYAM

Évi óraszám: 111

Gondolkodási módszerek (10 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Véges halmaz permutációi, variációi, kombinációi számának meghatározása egyszerű esetekben. Binomiális együtthatók, Pascal-háromszög. Véges halmaz részhalmazainak száma. Vegyes kombinatorikai feladatok.	A kombinatív, rendszerezési képesség fejlesztése. A többféle megoldási mód lehetőségének keresése. Előzetes becsléshez szoktatás, a becslés összevetése a számításokkal.
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Feladatok megoldása gráfokkal.	A gráf modellként való felhasználása.

Számтан, algebra (31 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása új ismeretlen bevezetésével.	
A hatványozás kiterjesztése pozitív alap esetén racionális kitevőkre. A hatványozási azonosságok.	A matematikai fogalom célszerű kiterjesztése, a fogalmak általánosításánál a permanencia elv felhasználása.
A logaritmus értelmezése. A logaritmus, mint a hatványozás inverz művelete. A logaritmus azonosságai.	Bizonyítás iránti igény mélyítése. Matematikatörténeti vonatkozások megismerése (könyvtár- és internethasználat).
Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Az absztrakciós és szintetizáló képesség fejlesztése. Az önellenőrzés igényének fejlesztése.

Függvények, sorozatok (14 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A 2^x , a 10^x függvény, az exponenciális függvény vizsgálata, exponenciális folyamatok a természetben. A logaritmus függvény, mint az exponenciális függvény inverze.	A függvényfogalom fejlesztése. Összefüggések felismerése a matematika különböző területei között. A bizonyításra való törekvés fejlesztése.

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
<p>A szögfüggvényekről tanultak áttekintése.</p> <p>A tanult függvények tulajdonságai (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás).</p> <p>A szögfüggvények transzformációi: $f(x) + c$; $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$.</p>	<p>Számítógép használata a függvényvizsgálatokban és a transzformációkban.</p>

Geometria, mérés (40 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
<p>A vektorokról tanultak áttekintése, rendszerezése.</p> <p>A vektorműveletek tulajdonságai.</p> <p>Vektorok a koordináta-rendszerben.</p> <p>Két vektor skaláris szorzata.</p> <p>A skaláris szorzat tulajdonságainak felsorolása. A skaláris szorzat koordinátákkal kifejezve. A skaláris szorzat alkalmazásai; <i>addíciós tételek</i> ($\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$).</p>	<p>A térszemlélet fejlesztése.</p> <p>Pontos fogalomalkotásra törekvés.</p> <p>Bizonyítás iránti igény továbbfejlesztése.</p> <p>A fizika és a matematika termékeny kapcsolatának megmutatása.</p>
<p>Színusztétel, koszinusztétel. Az alkalmazásukhoz szükséges egyszerű trigonometrikus egyenletek.</p>	<p>Tervszerű munkára nevelés.</p> <p>Az esztétikai érzék fejlesztése.</p>
<p>Távolság, magasság és szög meghatározása gyakorlati feladatokban és a fizikában.</p>	<p>A matematika gyakorlati felhasználása.</p> <p>A zsebszámológép és a számítógép alkalmazása.</p> <p>Az eredmények realitásának és pontosságának eldöntése.</p>
<p>Helyvektor.</p> <p>Műveletek koordinátákkal adott vektorokkal.</p>	<p>Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.</p>
<p>Szakasz osztópontja. A háromszög súlypontja.</p>	<p>A bizonyítási készség fejlesztése.</p>
<p>Két pont távolsága, szakasz hossza.</p> <p>A kör egyenlete. A kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata.</p>	
<p>Az egyenes irányára jellemző adatok: az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, kapcsolatuk. Az egyenes egyenlete, különböző alakjai.</p> <p>Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele, két egyenes metszéspontja.</p> <p>Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintője.</p> <p><i>A parabola mint ponthalmaz. A parabola tengelyponti egyenlete.</i></p>	<p>Adott probléma többféle megközelítése.</p>

Valószínűség, statisztika (10 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
<p>Egyszerű valószínűség-számítási problémák.</p> <p>Néhány konkrét eloszlás vizsgálata.</p> <p>Műveletek eseményekkel konkrét valószínűség-számítási példák esetén („és”, „vagy”, „nem”).</p>	<p>A körülmények kellő figyelembevétele.</p> <p>Előzetes becslés összevetése a számításokkal.</p>

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Relatív gyakoriság. A valószínűség klasszikus modellje.	Modellalkotásra nevelés. Modell és valóság kapcsolata.
Statisztikai mintavétel. (Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.)	A számítógép alkalmazása statisztikai adatok, illetve véletlen jelenségek vizsgálatára. A mindennapi problémák értelmezése, a statisztikai zsebkönyvek, a napi sajtó adatainak elemzése.

Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás (6 óra)

Követelmények, értékelési javaslatok

Gondolkodási módszerek

- Véges halmaz permutációinak, variációinak, kombinációinak számát megadó képletek ismerete, alkalmazása egyszerű esetekben. A Pascal-háromszög ismerete, alkalmazása, a binomiális együtthatók meghatározása. Véges halmaz részhalmazai számának meghatározása.
- A gráf szemléletes fogalma, gráfelméleti alapfogalmak ismerete, egyszerű gyakorlati feladatok megoldása gráfok segítségével.

Számтан, algebra

- Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek megoldása új ismeretlen bevezetésével.
- Az $\sqrt[n]{a}$ definíciójának ismerete, alkalmazása. A gyökvonás azonosságainak ismerete és alkalmazása konkrét feladatokban. Egyszerű gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A hatványozás definíciója racionális kitevőre. A hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén.
- A logaritmus fogalmának ismerete, alkalmazása. A logaritmus azonosságainak ismerete, alkalmazása konkrét feladatokban. Más alapú logaritmusra történő áttérés képletének ismerete, alkalmazása. Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek megoldása. Néhány konkrét gyakorlati példa ismerete a logaritmus alkalmazására.

Függvények, sorozatok

- Az exponenciális és a logaritmus függvény ábrázolása, jellemzése konkrét alapok esetén. Inverz függvény fogalma; annak ismerete és szemléltetése, hogy adott alapú exponenciális és logaritmus függvények egymás inverzei.
- A trigonometrikus függvények transzformációi (érték és változó) konkrét példák kapcsán.
- Az egyes függvénytulajdonságok alkalmazása egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása során egyszerű példákban.

Geometria

- Műveletek (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás) koordinátákkal adott vektorokkal, a műveletek tulajdonságai, alkalmazások.
- Két vektor skaláris szorzata definíciójának, tulajdonságainak ismerete alkalmazása konkrét feladatokban. A skaláris szorzat koordinátákkal kifejezett alakjának ismerete, alkalmazása.
- Addíciós tételek ismerete, alkalmazása egyszerű esetekben.
- A szinusztétel és a koszinusztétel ismerete, alkalmazása a háromszögek hiányzó adatainak meghatározására. Alkalmazások egyszerű gyakorlati problémákban.
- Végpontjainak koordinátaival adott szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítása. A háromszög súlypontja koordinátáinak kiszámítása a csúcsok koordinátaiból.
- Két pont távolságának meghatározása a koordináta-rendszerben.

- Irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens fogalmának ismerete, alkalmazása az egyenes irányának meghatározására.
- Az egyenes egyenletének fogalma, különböző alakjainak ismerete. Egyenes egyenletének felírása különböző adatokból. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének feltétele. Két egyenes metszéspontjának meghatározása konkrét feladatokban.
- A kör egyenletének fogalma, adott középpontú és sugarú kör egyenletének felírása. Megfelelő kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása. Kör és egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálata konkrét feladatokban, kör és egyenes közös pontjainak meghatározása.
- A parabola mint síkbeli ponthalmaz definíciójának ismerete. A parabola tengelyponti egyenletének ismerete. A parabola és a másodfokú függvény kapcsolatának ismerete.

Valószínűség, statisztika

- A relatív gyakoriság és a valószínűség közötti szemléletes kapcsolat ismerete. Műveletek eseményekkel konkrét valószínűségszámítási példák kapcsán. Egyszerű feladatok megoldása a valószínűség klasszikus modelljében
- Példák ismerete statisztikai mintavételekre (visszatevéses mintavétel, binomiális eloszlás).

Értékelési javaslatok

- Differenciált feladatmegoldás szóban, írásban.
- Probléma megoldásának lépéseinek lejegyzése, tudatosítása, indoklása. Szükséges adatok gyűjtése mindennapi életből vett problémák megoldásához.
- Összeszámlálási stratégiák, módszerek. Szemléltetés gráfokkal, mindennapi példák.
- A hatvány, a gyök és a logaritmus fogalmának alkalmazása gyakorlati példákban.
- A mindennapi életből vett geometriai problémák megoldása a szögfüggvények és a kapcsolódó tételek alkalmazásával.
- A geometria analitikus modelljének alkalmazása egyszerű gyakorlati problémákban.
- Statisztikai minták vizsgálata, következtetések, jóslások.
- Projektek készítése matematika történeti érdekességekről.
- Projektek készítése matematikával kapcsolatos érdekességekről, pl. fraktálok, bűvészmutatványok, stb.
- Matematikai modellek megjelenítése számítógépen.

12. ÉVFOLYAM

Évi óraszám: 99

Gondolkodási módszerek (12 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, ekvivalencia, implikáció. A logikai műveletekre vonatkozó egyszerű azonosságok. A halmazelméleti és logikai ismeretek kapcsolata, rendszerezése.	Az ismeretek rendszerezése: A matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása.
A megismert bizonyítási módszerek összefoglalása. Néhány példa a teljes indukció megismertetésére. A kombinatorikai és gráfokkal kapcsolatos ismeretek áttekintése.	A deduktív gondolkodás fejlesztése.

Számтан, algebra (17 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Számhalmazok	Rendszerező összefoglalás
Számelméleti összefoglalás. A valós számok és részhalmazai.	Matematikatörténeti ismeretek (könyvtár- és internethasználat).
A műveletek értelmezése, műveleti tulajdonságok. Közelítő értékek.	Szám- és műveletfogalom biztos alkalmazása.
Egyenletek	
Nevezetes másod- és harmadfokú algebrai azonosságok. Az egyenletmegoldás módszerei. Az alaphalmaz szerepe (értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata). Egyenlőtlenségek. Egyenlet-, illetve egyenlőtlenségrendszerek. Másodfokú kifejezések. Másodfokú egyenletek, Viete-formulák. Négyzetgyökös kifejezések és egyenletek. Exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus kifejezések, egyszerű egyenletek.	Tervszerű, pontos és fegyelmezett munkára nevelés. Az önellenőrzés fontossága.
Szöveges feladatok. Paraméteres feladatok.	A problémamegoldó gondolkodás, a szövegértés, a szövegelemzés fejlesztése.

Függvények, sorozatok (26 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
A sorozat fogalma. Számítási és mértani sorozat, az n . tag, az első n elem összege. Kamatok kamat-számítása. Példák egyéb sorozatokra (rekurzió, pl. a Fibonacci-sorozat).	A matematika alkalmazása a gyakorlati életben. Matematikatörténeti feladatok.
Rendszerező összefoglalás	
A függvényekről tanultak áttekintése, rendszerezése. Az alapfüggvények ábrázolása. Függvénytranszformációk. $f(x) + c$; $f(x + c)$; $c f(x)$; $f(cx)$. Függvényvizsgálat a függvények grafikonjainak segítségével.	Az absztrakciós készség fejlesztése. A függvény szemlélet fejlesztése. A függvények alkalmazása a gyakorlatban és a természettudományokban.

Geometria, mérés (30 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Egyszerű kombinatorikus geometriai problémák vizsgálata. A síkra merőleges egyenes tételének ismerete. Egyszerű poliéderek.	A térszemlélet fejlesztése. Az esztétikai érzék fejlesztése.
A terület- és kerület-számítással kapcsolatos ismeretek összefoglalása. A terület és a térfogat fogalma. A poliéderek felszíne, térfogata. A hengerverszerű testek, a henger felszíne és térfogata. Kúpszerű testek. A Cavalieri-elv. A kúpszerű testek felszíne és térfogata. A csonkakúp, csonkakúp térfogata, felszíne. A gömb felszíne, térfogata. Poliéderek és forgástestek körülírt és beírt gömbjei.	A matematika gyakorlati alkalmazásai a térgeometriában. Sík- és térgeometriai ismeretek összekapcsolása, analógiák felismerése.
Rendszerező összefoglalás	
Geometriai alapfogalmak, pont-halmazok. A geometriai transzformációk áttekintése. Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásaik. Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásaik. Körre vonatkozó tételek és alkalmazásaik.	A függvény szemlélet fejlesztése. A deduktív gondolkodás fejlesztése.
Vektorok, vektorok koordinátái. Vektorműveletek, műveleti tulajdonságok, alkalmazások. Derékszögű koordináta-rendszer. Alakzatok egyenlete. Trigonometrikus összefüggések és alkalmazásaik.	A matematika különböző területei közötti összefüggések felhasználása.

Valószínűség, statisztika (5 óra)

Tartalom	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
Statisztikai és mintavételi adatok vizsgálata (közvélemény-kutatás, minőség ellenőrzés).	A leíró statisztika és a valószínűség számítás gyakorlati szerepe, alkalmazása. A számítógép felhasználása statisztikai adatok kezelésére, véletlen jelenségek vizsgálatára.
A valószínűség meghatározása geometriai mérték segítségével. A geometriai modellre visszavezethető feladatok. A véletlen paradoxonjai.	Geometriai modell szerepeltetése a valószínűség meghatározására.
Rendszerező összefoglalás: Adathalmazok jellemzői: számtani közép, mértani közép, súlyozott közép, medián, módusz, szórás. Gyakoriság, relatív gyakoriság. A klasszikus valószínűségi modell.	

Felkészülés az érettségre (9 óra)

Követelmények, értékelési javaslatok

Gondolkodási módszerek

- Az „és” (konjunkció), „vagy” (diszjunkció) logikai műveletek értelmezésének ismerete, alkalmazása összetett állításokban. Az „állítás tagadása” (negáció) logikai művelet ismerete, alkalmazása. Ezeknek a logikai műveleteknek az összekapcsolása a megfelelő halmazműveletekkel.
- Az implikáció és az ekvivalencia helyes használata állításokban. A „minden” és „van olyan” kvantorok helyes használata.
- A tanult tételek és definíciók pontos megfogalmazása. A „szükséges”, „elégleges”, „szükséges és elégleges” feltételek helyes használata feladatokban, tételekben.

Számtan, algebra

- Az előző évfolyamokhoz felsorolt követelmények.

Függvények, sorozatok

- A sorozat fogalmának, különböző megadási módjainak ismerete. A számtani és a mértani sorozat fogalmának ismerete, az n -edik tag és az első n elem összegének meghatározása, alkalmazása konkrét feladatokban.
- A kamatoskamat-számítás alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban.
- A függvénytranszformációk rendszerezett ismerete, alkalmazása a tanult függvényekre. A függvénytulajdonságok leolvasása a grafikonról konkrét függvények esetén.

Geometria

- Tételek kölcsönös helyzetének, távolságuk, hajlásszögük definíciójának ismerete.
- A terület és a terület szemléletes fogalmának ismerete. Speciális síkidomok területképleteinek ismerete, alkalmazása különböző feladatokban.
- A felszín és a térfogat szemléletes fogalmának ismerete. Hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp felszínének és térfogatának kiszámítása konkrét feladatokban a megfelelő képletbe történő behelyettesítéssel.

Valószínűség, statisztika

- A geometriai valószínűségi modell alkalmazása egyszerű feladatokban.
- Konkrét gyakorlati példák ismerete statisztikai és mintavételi adatok vizsgálatára (pl. minőség ellenőrzés, közvélemény-kutatás).

Értékelési javaslatok

- Differenciált feladatmegoldás szóban, írásban.
- Probléma megoldásának lépéseinek megtervezése, lejegyzése, tudatosítása, indoklása. Szükséges adatok gyűjtése mindennapi életből vett problémák megoldásához.
- A tanult tételek, definíciók rendszerezése, az ismeretek mobilizálásának képessége.
- Térbeliség ábrázolása, modellek, metszetek készítése; térbeli számítások gyakorlati problémák kapcsán.
- Pénzügyi tervezések, értékelések, gazdaságossági számítások (pl. banki betétek, kölcsönök kamatai, adóbevallás, költségvetési tervezés).
- Pozitív eredmény értékelése becslési, valószínűségi esélyekkel kapcsolatos feladatoknál. Valós szituációk valószínűségi vizsgálata.
- Projektek készítése matematikatörténeti érdekességekről.
- Matematikai modellek megjelenítése számítógépen.